

Задание на контрольную работу № 3.

В задачах 101-110 найти пределы, пользуясь правилом Лопиталю.

$$101. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - \cos 5x}{e^{2x} - \cos 2x},$$

$$102. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3},$$

$$103. \lim_{x \rightarrow 0+0} x^{\sin x},$$

$$104. \lim_{x \rightarrow 0} \left(x^2 \cdot e^{\frac{2}{x^2}} \right),$$

$$105. \lim_{x \rightarrow 0+0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x},$$

$$106. \lim_{x \rightarrow e} (e^2 - x^2) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2e},$$

$$107. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi^x - e^x}{x\sqrt{1-x^2}},$$

$$108. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x},$$

$$109. \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}},$$

$$110. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cdot \cos x}.$$

В задачах 111-120 исследовать функцию и построить ее график.

$$111. y = \frac{(x-1)^2}{x^2 + 1},$$

$$112. y = \frac{x}{1-x^3},$$

$$113. y = x^3 \sqrt{(x-1)^2},$$

$$114. y = \frac{3-2x}{(x-2)^3},$$

$$115. y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2},$$

$$116. y = \frac{4x^3}{x^3 - 1},$$

$$117. y = \frac{4x^3 + 5}{4x},$$

$$118. y = \frac{x^3}{x^2 + 1},$$

$$119. y = \frac{x^2}{x-1},$$

$$120. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

В задачах 121-130 найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием.

$$\begin{array}{ll}
121. \int \frac{(\cos 2x)\sqrt{x^2-1}+4x}{\sqrt{x^2-1}} dx, & 122. \int \frac{2x-\sqrt[5]{3+\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx, \\
123. \int \frac{\cos(3\ln x)-x^2+4}{x} dx, & 124. \int \frac{\sqrt[3]{2\operatorname{tg}x}-e^{4\operatorname{tg}x}}{\cos^2 x} dx, \\
125. \int \frac{\sqrt[5]{\sin x} \cos x+4\operatorname{ctg}^3 x}{\sin^2 x} dx, & 126. \int \frac{2^{\operatorname{arctg}x}-\sqrt[4]{5+\operatorname{arctg}x}}{1+x^2} dx, \\
127. \int \frac{7-3\sqrt{\sin x}}{\operatorname{tg}x} dx, & 128. \int \frac{\sin \ln(x-7)+6}{x-7} dx, \\
129. \int \frac{\sqrt{\sin x} \cdot 3^{\operatorname{ctg}x}-\cos x}{\sqrt{\sin^5 x}} dx, & 130. \int \frac{\operatorname{tg}x-3\sqrt{\cos x}}{2\operatorname{ctg}x} dx.
\end{array}$$

В задачах 131-140 найти неопределенные интегралы, используя для вычислений формулу интегрирования по частям.

$$\begin{array}{ll}
131. \int x \cdot 3^x dx, & 132. \int x^2 \cdot e^{3x} dx, \\
133. \int x \ln(x^2+1) dx, & 134. \int x \sin 4x dx, \\
135. \int x \operatorname{arctg} 3x dx, & 136. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx, \\
137. \int \operatorname{arctg} \sqrt{7x-1} dx, & 138. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, \\
139. \int (x^2+3x+2) \ln x dx, & 140. \int (4x^3+6x-7) \ln x dx.
\end{array}$$

В задачах 141-150 вычислить определенные интегралы, используя подстановки, указанные в скобках.

$$\begin{array}{l}
141. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\sqrt{\cos^3 x \cdot \sin x}} \quad (t = \operatorname{tg} x), \\
142. \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{3 \cos x - \cos^2 x} \quad (t = \cos x),
\end{array}$$

$$143. \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{\sqrt{e^x - 2} \cdot e^x}{e^x - 1} dx \quad \left(t = \sqrt{e^x - 2} \right),$$

$$144. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 \cos x + 4 \sin x} \quad \left(t = \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right),$$

$$145. \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sin^2 x + 5 \cos^2 x} \quad (t = \operatorname{tg} x),$$

$$146. \int_0^7 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}} \quad \left(t = \sqrt[3]{x+1} \right),$$

$$147. \int_1^{\sqrt{3}} (4 - x^2)^{3/2} dx \quad (x = 2 \sin t),$$

$$148. \int_1^{16} \frac{1 + \sqrt[4]{x}}{(\sqrt{x} + 4) \sqrt[4]{x^3}} dx \quad \left(t = \sqrt[4]{x} \right),$$

$$149. \int_0^{\ln 2} \frac{e^{4x}}{5 + 2e^{4x}} dx \quad \left(t = 5 + 2e^{4x} \right),$$

$$150. \int_{-2}^{61} \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}} \quad \left(t = \sqrt[6]{x+3} \right).$$