

Задание на контрольную работу № 4

В задачах 151-156 вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$151. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$$

$$152. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$$

$$153. \int_1^{+\infty} \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx$$

$$154. \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

$$155. \int_{-1}^0 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$156. \int_0^1 \frac{dx}{x(4+\ln^2 x)}$$

В задачах 157-160 доказать, используя признак сравнения, сходится или расходится несобственный интеграл.

$$157. \int_1^{+\infty} \frac{2+\cos x}{x^3} dx$$

$$158. \int_2^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2-2x}}$$

$$159. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2} dx$$

$$160. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3(1+e^x)}$$

161. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$$y = (x-2)^2, \quad y = 2 - (x-2)^2. \text{ Сделать рисунок.}$$

162. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sin(2x), \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{4}. \text{ Сделать рисунок.}$$

163. Вычислить площадь шарового пояса, получаемого при вращении вокруг оси Ox дуги окружности $x^2 + y^2 = 4$ ($y > 0$) между точками с абсциссами $x = \frac{1}{2}$ и $x = 1$. Сделать рисунок.

164. Определить длину дуги кривой $y = \ln(\sin x)$, где $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

165. Определить длину дуги одной арки циклоиды:

$$x = 3(t - \sin t), \quad y = 3(1 - \cos t), \quad \text{где } 0 \leq t \leq 2\pi.$$

166. Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды и осью Ox : $x = 4(t - \sin t)$, $y = 4(1 - \cos t)$, где $0 \leq t \leq 2\pi$.

167. Вычислить объем тела, образованный вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = \cos(3x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$. Сделать рисунок.

168. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением

вокруг оси Ox кривой $y = \frac{x^3}{3}$ от $x = 0$ до $x = 2$. Сделать

рисунок.

169. Вычислить объем тела, образованный вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$, $y = 1$, $y = 4$, $x = 0$. Сделать рисунок.

170. Найти длину дуги кривой $y = \frac{2}{3}\sqrt{(2-x)^3}$ от $x = 1$ до $x = 2$.

В заданиях 171-174 для функции $z(x, y)$ убедиться, что

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

171. $z = 8x^2 - xy + 2y^2 - 16x + y - 1.$

172. $z = -55 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2.$

173. $z = x^3 - 6xy + 8y^3 + 5.$

174. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2.$

В заданиях 175-177 найти значение $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ в точке A .

$$175. \quad z = x^3 - 6x^2y + y^2 - 39x + 18y + 20, \quad A(1;0).$$

$$176. \quad z = 3x^3 - 9xy^2 + 3y^3 + 10, \quad A(1;1).$$

$$177. \quad z = x^2 + x^2y^2 + y^2 + x - y + 1, \quad A(0;1).$$

В заданиях 178-180 найти значение $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$ в точке A .

$$178. \quad u = z^2 + zy^2 + y^2 - 6z - 9y + 2, \quad A(1;1;2).$$

$$179. \quad u = zx^3 + zy^3 - 3xy + 2z, \quad A(1;1;0).$$

$$180. \quad u = z + 8xz - 2y - 2x^2 + 2yz - 4y^2, \quad A(1;0;1).$$

В заданиях 181-185 найти в точке A дифференциал функции $y(x)$, заданной неявно.

$$181. \quad e^{1-\frac{y}{x}} = \sin x, \quad A\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$182. \quad \ln(2x + y - 2) = \sin(x - y), \quad A(1;1).$$

$$183. \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{y}\right) = y\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \quad A\left(\frac{\pi}{2}; 1\right).$$

$$184. \quad \operatorname{arcctg}(x + y) = \frac{\pi}{4}(x - y), \quad A(1;0).$$

$$185. \quad 3y + 2x = 2 + xe^y, \quad A(2;0).$$

В заданиях 186-190 найти в точке A полный дифференциал функции $z(x, y)$, заданной неявно.

$$186. \quad z^3 = xe^{\frac{y}{x}}, \quad A(1;3;e).$$

$$187. \quad \sin(xy) = x \cdot \operatorname{tg}\left(z - \frac{\pi}{4}\right), \quad A\left(1;0;\frac{\pi}{4}\right).$$

$$188. \cos(xz) = \ln(2x - y), \quad A\left(1; 1; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$189. ye^{xz} - 2 = e - 2x - z, \quad A(1; e; 0).$$

$$190. z^3 - 2x^3 = 3zxy, \quad A(1; 1; 2).$$

В заданиях 191-200 найти наибольшее и наименьшее значения функции $z(x, y)$ в указанной замкнутой области \bar{D} . Сделать рисунок области.

$$191. \quad z = x^2 + y^2 - 4xy - 4, \quad \bar{D}: 0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 4.$$

$$192. \quad z = x^2 + 2y^2 + 1, \quad \bar{D}: x + y \leq 3, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

$$193. \quad z = x^2 + 2y^2 + 4xy + 1, \quad \bar{D}: -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

$$194. \quad z = x^2 + y^2 + 4xy - 6x - 2y, \quad \bar{D}: y \leq 4 - x, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

$$195. \quad z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy, \quad \bar{D}: y \geq x^2, \quad y \leq 4.$$

$$196. \quad z = 10 - x^2 + 2xy, \quad \bar{D}: 0 \leq y \leq 4 - x^2.$$

$$197. \quad z = x^2 - y^2 + 2xy - 2x + 2y + 3, \quad \bar{D}: x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq x + 2.$$

$$198. \quad z = x^2 + xy - 2, \quad \bar{D}: 4x^2 - 4 \leq y \leq 0.$$

$$199. \quad z = x^2 + xy - 3x - y, \quad \bar{D}: 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 3.$$

$$200. \quad z = 3 - 2x^2 - xy - y^2, \quad \bar{D}: x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x.$$