

Контрольная работа №5

В задачах 1-10 решить дифференциальное уравнение первого порядка.

$$\begin{aligned} 1. \sqrt{y^2 + 1} dx &= xy dy, & 2. y' \cdot \operatorname{ctgx} + y &= 2, \\ 3. y' - y^2 x &= 2xy, & 4. (y + \sqrt{xy}) dx &= xdy, \\ 5. y^2 + x^2 y' &= xy y', & 6. xy' &= y - xe^{y/x}, \\ 7. (xy' - 1) \cdot \ln x &= 2y, & 8. y &= x(y' - x \cos x), \\ 9. (xy + e^x) dx - x dy &= 0, & 10. (2x + 1) y' &= 2y + 4. \end{aligned}$$

В задачах 11-20 решить дифференциальное уравнение методом понижения порядка.

$$\begin{aligned} 11. x^2 y'' &= (y')^2, & 12. 2yy'' &= 1 + (y')^2, \\ 13. 2xy' \cdot y'' &= (y')^2 - 1, & 14. 2yy' &= (y')^2, \\ 15. yy''' &= y'' - xy'', & 16. y^3 \cdot y'' &= 1, \\ 17. y''' &= 2(y'' - 1) \cdot \operatorname{ctgx}, & 18. xy'' - y' &= x^2, \\ 19. y''' - 1 &= 2 \cos 2x - 7x, & 20. y''(e^y + 1) + (y')^2 e^y &= 0. \end{aligned}$$

В задачах 21-30 найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка.

$$\begin{aligned} 21. y'' + y' - 2y &= 3xe^x, & 22. y'' - 3y' + 2y &= \cos x, \\ 23. y'' + y &= 4 \cos x, & 24. y'' + 3y' - 4y &= e^{-4x}, \\ 25. y'' - 5y' &= 15x^2, & 26. y'' - 4y' + 8y &= \sin 2x, \\ 27. y'' - 9y &= e^{3x} \cos x, & 28. y'' - 2y' + y &= 6xe^x, \\ 29. y'' + y &= x \sin x, & 30. y'' + 4y' + 4y &= 2xe^{2x}. \end{aligned}$$

В задачах 31-40 найти область сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

$$\begin{aligned} 31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n-1} (x+1)^{2n-1}}{(4n+3)^2}, & & 32. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 (x+1)^{2n}}{2n+1}, \\ 33. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (2n+1)^2 (x+2)^n, & & 34. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!}, \end{aligned}$$

$$35. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n},$$

$$37. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x+3)^n}{(n+1)^3 2^{n+1}},$$

$$39. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x^2}{2} \right)^n,$$

$$36. \sum_{n=1}^{\infty} (x+6)^{n-1} \cdot (n+2)!,$$

$$38. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{(2n+1) \cdot \sqrt{n+1}},$$

$$40. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n! 5^n}.$$