ЗАДАНИЕ 1. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

1.а) $\left(xy+x^3y\right)y'=1+y^2$; б) $y-xy'=x\,sec\dfrac{y}{x}$;

в) $y'+y=x\sqrt{y}$; г) $\left(1-x^2\right)y''-xy=2$;

д) $\dfrac{1}{x}dy-\dfrac{y}{x^2}dx=0$; е) $y''+y'=2x-1$;

ж) $y''-8y'+17y=10e^{2x}$.

2.а) $\dfrac{y'}{7^{y-x}}=3$ б) $\left(y^2-3x^2\right)dy+2xydx=o$

в) $ydx+2xdy=2y\sqrt{x}\,sec^2\,ydy$ г) $2xy'y''=y'^2-1$

д) $\dfrac{xdy-ydx}{x^2+y^2}=0$

е) $y''-2y'+5y=10e^{-x}\,cos\,2x$

ж) $y''+y'-6y=\left(6x+1\right)e^{3x}$

3.а) $y-xy'=2\left(1+x^2y'\right)$ б) $\left(x+2y\right)dx-xdy=0$

в) $y'+2y=y^2e^x$ г) $x^3y''+x^2y'=1$

д) $\left(2x-y+1\right)dx+\left(2y-x-1\right)dy=0$ ж) $y''-7y'+12y=3e^{4x}$

е) $y''-2y'-8y=12\sin 2x-36\cos 2x$

4.а) $y-xy'=1+x^2y'$ б) $\left(x-y\right)dx+\left(x+y\right)dy=0$

в) $y'=y^4\cos x+ytgx$ г) $y''+y'tgx=\sin 2x$

д) $xdx+ydy+\dfrac{ydx-xdy}{x^2+y^2}=0$ е) $y''-12y'+36y=14e^{6x}$

ж) $y''-2y'=6+12x-24x^2$

5.а) $\left(x+4\right)dy-xydx=0$ б) $\left(y^2-2xy\right)dx+x^2dy=0$

в) $xydy=\left(y^2+x\right)dx$ г) $y''x\ln x=y'$

д) $\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2-y^2}}-1\right)dx-\dfrac{ydy}{\sqrt{x^2-y^2}}=0$

е) $y''-3y'+2y=\left(34-12x\right)e^{-x}$

ж) $y'' - 6y' + 34y = 18\cos 5x + 60\sin 5x$

6.а) $y' + y + y^2 = 0$ б) $y^2 + x^2 y' = xyy'$

в) $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$ г) $xy'' - y' = x^2 e^x$

д) $\dfrac{2x\left(1 - e^y\right)}{\left(1 + x^2\right)^2} dx + \dfrac{e^y}{1 + x^2} dy = 0$ е) $y'' - 6y' + 10y = 51e^{-x}$

ж) $y'' - 2y' = (4x + 4)e^{2x}$

7.а) $y^2 \ln x dx - (y - 1)x dy = 0$ б) $xy' - y = x\operatorname{tg}\dfrac{y}{x}$

в) $y' x^3 \sin y = xy' - 2y$ г) $y'' x \ln x = 2y'$

д) $\dfrac{2x}{y^3} dx + \dfrac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0$ е) $y'' + y = 2\cos x - (4x + 4)\sin x$

ж) $y'' + 2y' + y = 4x^3 + 24x^2 + 22x - 4$

8.а) $\left(x + xy^2\right)dy + ydx - y^2 dx = 0$ б) $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$

в) $\left(2x^2 y \ln y - x\right)y' = y$ г) $x^2 y'' + xy' = 1$

д) $\left(1 - e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \dfrac{x}{y}\right)dy = 0$ е) $y'' + 6y' + 10y = 74e^{3x}$

ж) $y'' - 4y' = 8 - 16x$

9. а) $y' + 2y - y^2 = 0$ б) $xy' - y = \left(x + y\right)\ln\dfrac{x + y}{x}$

в) $2y' - \dfrac{x}{y} = \dfrac{xy}{x^2 - 1}$ г) $y'' = -\dfrac{x}{y}$

д) $x\left(2x^2 + y^2\right) + y\left(x^2 + 2y^2\right)y' = 0$

е) $y'' - 3y' + 2y = 3\cos x + 19\sin x$ ж) $y'' - 2y' + y = 4e^x$

10. а) $\left(x^2 + x\right)dx + \left(y^2 + 1\right)dy = 0$ б) $xy' = y\cos\ln\dfrac{y}{x}$

в) $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$ г) $xy'' = y'$

д) $\left(3x^2 + 6xy^2\right)dx + \left(6x^2 y + 4y^3\right)dy = 0$

е) $y'' + 6y' + 9y = \left(48x + 8\right)e^x$

ж) $y'' - 8y' + 20y = 16\left(\sin 2x - \cos 2x\right)$

11. а) $\left(xy^3+x\right)dx+\left(x^2y^2-y^2\right)dy=0$ б) $\left(y+\sqrt{xy}\right)dx=xdy$

в) $xy^2y'=x^2+y^3$ г) $y''=y'+x$

д) $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)dx+\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{1}{y}-\frac{1}{y^2}\right)dy=0$

е) $y''+5y'=72e^{2x}$

ж) $y''-6y'+13y=34e^{-3x}\sin 2x$

12. а) $\left(1+y^2\right)dx-\left(y+yx^2\right)dy=0$ б) $xy'=\sqrt{x^2-y^2}+y$

в) $(x+1)\left(y'+y^2\right)=-y$ г) $xy''=y'+x^2$

д) $\left(3x^2\operatorname{tg}y-\frac{2y^3}{x^3}\right)dx+\left(x^3\sec^2 y+4y^3+\frac{3y^2}{x^2}\right)dy=0$

е) $y''-5y'-6y=3\cos x+19\sin x$

ж) $y''+2y'-3y=\left(12x^2+6x-4\right)e^x$

13. а) $y=2xy+x$ б) $y=x\left(y'-\sqrt[x]{e^y}\right)$

в) $y'x+y=-xy^2$ г) $xy''=y'\ln\frac{y'}{x}$

д) $\left(2x+\frac{x^2+y^2}{x^2+y}\right)dx=\frac{x^2+y^2}{xy^2}dy$

е) $y''-8y'+12y=36x^4-96x^3+24x^2+16x-2$

ж) $y''+4y'+4y=6e^{-2x}$

14. а) $y-xy'=3\left(1+x^2y'\right)$ б) $y'=\frac{y}{x}-1$

в) $y'-xy=-y^3e^{-x^2}$ г) $xy''+y'=\ln x$

д) $\left(\frac{\sin 2x}{y}+x\right)dx+\left(y-\frac{\sin^2 x}{y^2}\right)dy=0$

е) $y''+8y'+25y=18e^{5x}$ ж) $y''+3y'=10-6x$

15. а) $2xyy'=1-x^2$ б) $y'x+x+y=0$

в) $xy'-2\sqrt{x^3y}=y$ г) $y''\operatorname{tg}x=y'+1$

д) $\left(3x^2-2x-y\right)dx+\left(2y-x+3y^2\right)dy=0$

е) $y''-9y'+20y=126e^{-2x}$

ж) $y''+10y'+25y=40+52x-240x^2-200x^3$

16. а) $\left(x^2-1\right)y'-xy=0$ б) $ydx+\left(2\sqrt{xy}-x\right)dy=0$

в) $y'+xy=x^3y^3$ г) $y''+2xy'^2=0$

д) $\dfrac{xdx+ydy}{\sqrt{x^2+y^2}}+\dfrac{xdy-ydx}{x^2}=0$ е) $y''+36y=36+66x-36x^3$

ж) $y''+4y'+20y=4\cos 4x-52\sin 4x$

17. а) $\left(y^2x+y^2\right)dy+xdx=0$ б) $xdy-ydx=\sqrt{x^2+y^2dx}$

в) $y'=\dfrac{x}{y}e^{2x}+y$ г) $2xy'y''=y'^2+1$

д) $\left(3x^2y+y^3\right)dx+\left(x^3+3xy^2\right)dy=0$

е) $y''+y=-4\cos x-2\sin x$ ж) $y''+4y'+5y=5x^2-32x+5$

18. а) $\left(1+x^3\right)y^3dx-\left(y^2-1\right)x^3dy=0$

б) $\left(4x^2+3xy+y^2\right)dx+\left(4y^2+3xy+x^2\right)dy=0$

в) $yx'+x=-yx^2$ г) $y''-\dfrac{y'}{x-1}=x(x-1)$

д) $y\left(x^2+y^2+a^2\right)dy+x\left(x^2+y^2-a^2\right)dx=0$

е) $y''+2y'-25y=6\cos 3x-33\sin 3x$

ж) $y''+2y'+y=(12-10)e^{-x}$

19. а) $xy'-y=y^2$ б) $(x+y)ydx-x^2dy=0$

в) $x(x-1)y'+y^3=xy$ г) $y'''+y''tgx=\sec x$

д) $\left(\sin y+y\sin x+\dfrac{1}{x}\right)dx+\left(x\cos y-\cos x+\dfrac{1}{y}\right)dy=0$

е) $y''+6y'+13y=-75\sin 2x$ ж) $y''-4y=(-24x-10)e^{2x}$

20. а) $1\sqrt{y^2+1}dx=xydy$ б) $xy+y^2=\left(2x^2+xy\right)y'$

в) $2x^3yy'+3x^2y^2+1=0$ г) $y''-2y'ctgx=\sin^3 x$

д) $\dfrac{y+\sin x\cos^2 yx}{\cos^2 yx}dy+\left(\dfrac{x}{\cos^2 xy}-\sin y\right)dy=0$

е) $y''+5y'=39\cos 3x-105\sin 3x$ ж) $y''+6y'+9y=72e^{3x}$

21. а) $y'-xy^2=2xy$ б) $\left(x^2-2xy\right)y'=xy-y^2$

в) $\dfrac{dx}{x}=\left(\dfrac{1}{y}-2x\right)dy$ г) $y''+4y'=2x^2$

д) $\left(3x^2-y\cos xy+y\right)dx+\left(x-x\cos xy\right)dy=0$

е) $y''-4y'+29y=104\sin 5x$ ж) $y''+16y=80e^{2x}$

22. а) $2x^2yy'+y^2=2$ б) $\left(2\sqrt{xy}-y\right)dx+xdy=0$

в) $y'+x\sqrt[3]{y}=3y$ г) $xy''-y'=2x^2e^x$

д) $\left(12x^3-e^{\frac{x}{y}}\dfrac{1}{y}\right)dx+\left(16y+\dfrac{x}{y^2}e^{\frac{x}{y}}\right)dy=0$

е) $y''-4y'+5y=\left(24\sin x+8\cos x\right)e^{-2x}$

ж) $y''+4y'=15e^x$

23. а) $y'=\dfrac{1+y^2}{1+x^2}$ б) $xy'+y\left(\ln\dfrac{y}{x}-1\right)=0$

в) $xy'+y=y^2\ln x$ г) $x\left(y''+1\right)+y'=0$

д) $\left(\dfrac{y}{2\sqrt{xy}}+2xy\sin x^2y+4\right)dx+\left(\dfrac{x}{2\sqrt{xy}}+x^2\sin x^2y\right)dy=0$

е) $y''+16y=8\cos 4x$ ж) $y''+y'-2y=9\cos x-7\sin x$

24. а) $y'\sqrt{1+y^2}=\dfrac{x^2}{y}$ б) $\left(x^2+y^2\right)dx+2xydy=0$

в) $xdx=\left(\dfrac{x^2}{y}-y^3\right)dy$ г) $y''+4y'=\cos 2x$

д) $y3^{xy}\ln 3dx+\left(x3^{xy}\ln 3-3\right)dy=0$

е) $y''+9y=9x^4+12x^2-27$ ж) $y''+2y'+y=\left(18x+8\right)e^{-x}$

25. а) $(y+1)y' = \dfrac{y}{\sqrt{1-x^2}} + xy$ б) $\left(y^2 - 2xy\right)dx - x^2dy = 0$

в) $y' + 2xy = 2x^3y^3$ г) $y'' + y' = \sin x$

д) $\left(\dfrac{1}{x-y} + 3x^2y^7\right)dx + \left(7x^3y^6 - \dfrac{1}{x-y}\right)dy = 0$

е) $y'' - 12y' + 40y = 2e^{6x}$

ж) $y'' - 14y' + 49y = 144\sin 7x$

26. а) $\left(1+x^2\right)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy$ б) $(x+2y)dx + xdy = 0$

в) $y' + y = \dfrac{x}{y^2}$ г) $x^2y'' = y'^2$

д) $\left(\dfrac{2y}{x^3} + y\cos xy\right)dx + \left(\dfrac{1}{x^2} + x\cos xy\right)dy = 0$

е) $y'' + 4y' = e^x\left(24\cos 2x + 2\sin 2x\right)$

ж) $y'' + 9y = 10e^{3x}$

27. а) $xyy' = \dfrac{1+x^2}{1-y^2}$ б) $(2x-y)dx + (x+y)dy = 0$

в) $y' - y\,\mathrm{tg}x + y^2\cos x = 0$ г) $2xy''y' = y'^2 - 4$

д) $\left(\dfrac{y}{\sqrt{1-x^2y^2}} - 2x\right)dx + \dfrac{xdy}{\sqrt{1-x^2y^2}} = 0$

е) $y'' + 2y' + y = 6e^{-x}$ ж) $4y'' - 4y' + y = -25\cos x$

28. а) $(xy-x)^2dy + y(1-x)dx = 0$ б) $2x^3y' = y\left(2x^2 - y^2\right)$

в) $y' + \dfrac{2y}{x} = \dfrac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$ г) $y'''x\ln x = y''$

д) $\left(5x^4y^4 + 28x^6\right)dx + \left(4x^5y^3 - 3y^2\right)dy = 0$

е) $y'' + 2y' + 37y = 37x^2 - 33x + 74$

ж) $3y'' - 5y' - 2y = 6\cos 2x + 38\sin 2x$

29. а) $\left(x^2y - y\right)^2y' = x^2y - y + x^2 - 1$ б) $x^2y' = y(x+y)$

в) $y' - y + y^2\cos x = 0$ г) $y''\mathrm{ctg}x + y' = 2$

д) $\left(2xe^{x^2+y^2}+2\right)dx+\left(2ye^{x^2+y^2}-3\right)dy=0$

е) $6y''-y'-y=3e^{2x}$ ж) $y''+4y'+29y=26e^{-x}$

30. а) $\sqrt{1-y^2}\,dx+y\sqrt{1-x^2}\,dy=0$ б) $y'=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$

в) $y'=x\sqrt{y}+\frac{xy}{x^2-1}$ г) $\left(1+x^2\right)y''=2xy$

д) $\left(3y^3\cos 3x+7\right)dx+\left(3y^2\sin 3x-2y\right)dy=0$

е) $2y''+7y'+3y=22\sin 3x$

ж) $4y''+3y'-y=11\cos x-7\sin x$

ЗАДАНИЕ 2.Найти частное решение дифференциального уравнения,

удовлетворяющее данным начальным условиям.

1. а) $\left(x^2+1\right)y'+4xy=3, y(0)=0$ б) $y''=y'e^y, y(0)=0, y'(0)=1$

в) $y''-2y'+y=-12\cos 2x-9\sin 2x, y(0)=-2, y'(0)=0$

г) $y'''-7y''+6y'=0, y(0)=0, y'(0)=0, y''(0)=30$

2. а) $y'+y\mathrm{tg}x=\sec x, y(0)=0$

б) $y'^2+2yy''=0, y(0)=1, y'(0)=1$

в) $y''-6y'+9y=9x^2-39x+65, y(0)=-1, y'(0)=1$

г) $y^{\vee}-9y'''=0, y(0)=1, y'(0)=-1, y''(0)=0, y'''(0)=0, y'^{\vee}(0)=0$

3. а) $(1-x)\left(y'+y\right)=e^{-x}, y(0)=0$

б) $yy''+y'^2=0, y(0)=1, y'(0)=1$

в) $y''+2y'+2y=2x^2+8x+6, y(0)=1, y'(0)=4$

г) $y'''-y''=0, y(0)=0, y'(0)=0, y''(0)=-1$

4. а) $xy'-2y=2x^4, y(1)=0$

б) $y''+2yy'^3=0, y(0)=2, y'(0)=\frac{1}{3}$

в) $y''-6y'+25y=9\sin 4x-24\cos 4x, y(0)=2, y'(0)=-2$

г) $y'''-4y'=0, y(0)=0, y'(0)=2, y''(0)=4$

5. а) $y'=2x\left(x^2+y\right), y(0)=0$

б) $y''\mathrm{tg}y=2y'^2, y(1)=\frac{\pi}{2}, y'(1)=2$

в) $y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 + 59x - 14, y(0) = 0, y'(0) = 7$

г) $y''' + y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 1$

6.а) $y' - y = e^x, y(0) = 1$

б) $2yy'' = y'^2, y(0) = 1, y'(0) = 1$

в) $y'' + 6y' = e^x(\cos 4x - 8\sin 4x), y(0) = 0, y'(0) = 5$

г) $y''' - y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2, y''(0) = 4$

7.а) $xy' + y + xe^{-x^2} = 0, y(1) = \frac{1}{2e}$

б) $yy'' - y'^2 = y'', y(0) = 1, y'(0) = 1$

в) $y'' - 4y' + 20y = 16xe^{2x}, y(0) = 1, y'(0) = 2$

г) $y'^{\vee} + 2y''' - 2y' - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = 8$

8.а) $\cos y dx = (x + 2\cos y)\sin y dy, y(0) = \frac{\pi}{4}$

б) $y'' = -\frac{1}{2y^3}, y(0) = \frac{1}{2}, y'(0) = \sqrt{2}$

в) $y'' - 12y' + 36y = 32\cos 2x + 24\sin 2x, y(0) = 2, y'(0) = 4$

г) $y''' + y'' - 5y' + 3y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = -14$

9.а) $x^2y' + xy + 1 = 0, y(1) = 0$

б) $y'' = 1 - y'^2, y(0) = 0, y'(0) = 0$

в) $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, y(0) = 2, y'(0) = 3$

г) $y''' + y'' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = -1$

10.а) $yx' + x = 4y^3 + 3y^2, y(2) = 1$

б) $y''^2 = y', y(0) = \frac{2}{3}, y'(0) = 1$

в) $y'' - y = (14 - 16x)e^{-x}, y(0) = 0, y'(0) = -1$

г) $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = 0$

11.а) $(2x + y)dy = ydx + 4\ln y dy, y(0) = 1$

б) $2yy'' - y'^2 + 1 = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1$

в) $y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66, y(0) = 3, y'(0) = 0$

г) $y''' + 3y'' + 2y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$

12.а) $y' = \frac{y}{3x - y^2}, y(0) = 1$

б) $y'' = 2 - y, y(0) = 2, y'(0) = 2$

в) $y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x}, y(0) = 0, y'(0) = 6$

г) $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0, y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = 1$

13. а) $(1 - 2xy)y' = y(y - 1), y(0) = 2$

б) $y'' = \frac{1}{y^3}, y(0) = 1, y'(0) = 0$

в) $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12)\sin x - 36x\cos 3x, y(0) = 4, y'(0) = 0$

г) $y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0, y(0) = -2.5, y'(0) = 0, y''(0) = 0$

14. а) $x(y' - y) = e^x, y(1) = 0$

б) $yy'' - 2y'^2 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$

в) $y'' + 25y = e^x(\cos 5x - 10\sin 5x), y(0) = 3, y'(0) = -4$

г) $y''' + 9y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 9, y''(0) = -`18$

15. а) $y = x(y' - x\cos x), y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

б) $y'' = y' + y'^2, y(0) = 0, y'(0) = 1$

в) $y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x}\sin 2x, y(0) = 2, y'(0) = 6$

г) $y''' - 13y'' + 12y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 133$

16. а) $(xy' - 1)\ln x = 2y, y(e) = 0$

б) $y'' + \frac{2}{1 - y}y'^2 = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$

в) $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$

г) $y'^{\vee} - 5y'' + 4y = 0, y(0) = -2, y'(0) = 1, y''(0) = 2, y'''(0) = 0$

17. а) $(2e^y - x)y' = 1, y(0) = 0$

б) $y''(1 + y) = 5y'^2, y(0) = 0, y'(0) = 1$

в) $y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x}, y(0) = 3, y'(0) = 5$

г) $y'^{\vee} - 10y'' + 9y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 8, y'''(0) = 24$

18.а) $xy' + (x + 1)y = 3x^2e^{-x}, y(1) = 0$

б) $y''(2y + 3) - 2y'^2 = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3$

в) $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12, y(0) = 0, y'(0) = 2$

г) $y''' - y'' + y' - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 0$

19.а) $(x + y^2)dy = ydx, y(0) = 1$

б) $4y''^2 = 1 + y'^2, y(0) = 1, y'(0) = 0$

в) $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8, y(0) = 1, y'(0) = 3$

г) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 4$

20.а) $\left(\sin^2 y + x\operatorname{ctg} y\right)y' = 1, y(0) = \frac{\pi}{2}$

б) $2y'^2 = (y-1)y'', y(0) = 2, y'(0) = 2$

в) $y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x, y(0) = 0, y'(0) = 6$

г) $y''' - y'' + 4y' - 4y = 0, y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = -6$

21.а) $(x+1)y' + y = x^3 + x^2, y(0) = 0$

б) $1 + y'^2 = yy'', y(0) = 1, y'(0) = 0$

в) $y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3, y(0) = -1, y'(0) = 14$

г) $y'^{\vee} - 2y''' + y'' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 1, y'''(0) = 2$

22.а) $xy' - 2y + x^2 = 0, y(1) = 0$

б) $y'' + yy'^3 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$

в) $y'' + 12y' + 36y = 72x^3 - 18, y(0) = 1, y'(0) = 0$

г) $y'^{\vee} - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = -4$

23.а) $xy' + y = \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$

б) $yy'' - y'^2 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$

в) $y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}, y(0) = 0, y'(0) = 2$

г) $y'^{\vee} - 16y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = -8$

24.а) $\left(x^2 - 1\right)y' - xy = x^3 - x, y(\sqrt{2}) = 1$

б) $yy'' - y'^2 = y^2 \ln y, y(0) = 1, y'(0) = 1$

в) $y'' - 9y' + 18y = 26\cos x - 8\sin x, y(0) = 0, y'(0) = 2$

г) $y''' + y'' - 4y' - 4 = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 12$

25.а) $\left(1 - x^2\right)y' + xy = 1, y(0) = 1$

б) $y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)y'^2 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$

в) $y'' + 8y' = 18x + 60x^2 - 32x^3, y(0) = 5, y'(0) = 2$

г) $y''' + 2y'' + 9y' + 18y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -3, y''(0) = -9$

26.а) $y'\operatorname{ctg} x - y = 2\cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} x, y(0) = 0$

б) $y''(1+y) = y'^2 + y', y(0) = 0, y'(0) = 2$

в) $y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7\cos x, y(0) = 2, y'(0) = 7$

г) $y^{\vee} - 6y'^{\vee} + 9y''' = 0, y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0, y'^{\vee}(0) = 27$

27.а) $x^2 y' = 2xy + 3, y(1) = -1$

б) $y'' = \dfrac{y'}{\sqrt{y}}, y(0) = 1, y'(0) = 2$

в) $y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1, y(0) = 2, y'(0) = 2$

г) $y''' + 2y'' + y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2, y''(0) = -3$

28.а) $y' + 2xy = xe^{-x^2}, y(0) = 0$

б) $y'' = \dfrac{1}{1+y^2}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

в) $y'' + 16y' = 32e^{4x}, y(0) = 2, y'(0) = 0$

г) $y''' - y'' - y' + y = 0, y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = 1$

29.а) $y' - 3x^2 y - x^2 e^{x^3} = 0, y(0) = 0$

б) $yy'' - 2yy' \ln y = y'^2, y(0) = 1, y'(0) = 1$

в) $y'' + 5y' + 6y = 52\sin 2x, y(0) = -2, y'(0) = -2$

г) $y'^{\vee} + 5y'' + 4y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 4, y''(0) = -1, y'''(0) = -16$

30.а) $xy' + y = \ln x + 1, y(1) = 0$

б) $y'' = \dfrac{1}{\sqrt{y}}, y(0) = y'(0) = 0$

в) $y'' - 4y = 8e^{2x}, y(0) = 1, y'(0) = -8$

г) $y'^{\vee} + 10y'' + 9y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 3, y''(0) = -9, y'''(0) = -27$

ЗАДАНИЕ 3. Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольных постоянных.

1. $y'' - y = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$

2. $y'' + 4y = \dfrac{1}{\cos 2x}$

3. $y'' - 4y' + 5y = \dfrac{e^{2x}}{\cos x}$

4. $y''' + y' = \dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$

5. $y'' + 9y = \dfrac{1}{\sin 3x}$

6. $y'' + 2y' + y = xe^x + \dfrac{1}{xe^x}$

7. $y'' + 2y' + 2y = \dfrac{e^{-x}}{\cos x}$

8 $y'' - 2y' + 2y = \dfrac{e^{x}}{\sin^2 x}$

9. $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}\mathrm{ctg}x$

10 $y'' - 2y' + 2y = \dfrac{e^{x}}{\sin x}$

11 $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^{x}}{x^2}$

.12 $y'' + y = \mathrm{tg}x$

13. $y'' + 4y = \mathrm{ctg}2x$

14 $y'' + y = \mathrm{ctg}x$

15 $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^{x}}{x}$

16 $y'' + 2y' + y = \dfrac{e^{-x}}{x}$

17 $y'' + y = \dfrac{1}{\cos x}$

18 $y'' + y = \dfrac{1}{\sin x}$

19 $y'' + 4y = \dfrac{1}{\sin 2x}$

20 $y'' + 4y = \mathrm{tg}2x$

21 $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{e^{-2x}}{x^3}$

22 $y'' - 4y' + 4y = \dfrac{e^{2x}}{x^3}$

23 $y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x+1}$

24 $y'' + y = -\mathrm{ctg}^2 x$

25 $y'' - y' = e^{2x}\cos(e^{x})$

26 $y'' - y' = e^{2x}\sin(e^{x})$

27 $y'' + y = \mathrm{tg}^2 x$

28 $y'' + y = \dfrac{2}{\sin^2 x}$

29 $y'' + 2y' + 5y = \dfrac{e^{-x}}{\sin 2x}$

30 $y'' + 9y = \dfrac{1}{\cos 3x}$

ЗАДАНИЕ 4. Решить систему дифференциальных уравнений двумя способами : а) методом исключения ; б) с помощью характеристического уравнения .

1. $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$

2. $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + y \end{cases}$

3 $\begin{cases} x' = -x + 8y, \\ y' = x + y \end{cases}$

4 $\begin{cases} x' = -2x - 3y, \\ y' = -x \end{cases}$

5. $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + 4y \end{cases}$

6 $\begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = -3x + 2y \end{cases}$

7. $\begin{cases} x' = 6x - y, \\ y' = 3x + 2y \end{cases}$

8. $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -6x - 3y \end{cases}$

9. $\begin{cases} x' = y, \\ y' = x \end{cases}$

10 $\begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$

11. $\begin{cases} x' = -2x, \\ y' = y \end{cases}$

12. $\begin{cases} x' = 4x + 2y, \\ y' = 4x + 6y \end{cases}$

13 $\begin{cases} x' = 8x - 3y, \\ y' = 2x + y \end{cases}$

14. $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y \end{cases}$

15. $\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$

16. $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$

17 $\begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = 4x + 5y \end{cases}$

18. $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$

19 $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = x + y \end{cases}$

20. $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$

21 $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$

22. $\begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y \end{cases}$

23 $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y \end{cases}$

24. $\begin{cases} x' = 2x + 8y, \\ y' = x + 4y \end{cases}$

25 $\begin{cases} x' = 5x + 8y, \\ y' = x + 4y \end{cases}$

26. $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 8x + y \end{cases}$

27 $\begin{cases} x' = x - 5y, \\ y' = -x - 3y \end{cases}$

28. $\begin{cases} x' = -5x + 2y, \\ y' = x - 6y \end{cases}$

29. $\begin{cases} x' = 6x + 3y, \\ y' = -8x - 5y \end{cases}$

30. $\begin{cases} x' = 4x - 8y, \\ y' = -8x + 4y \end{cases}$

ЗАДАНИЕ 5. Доказать сходимость ряда и найти его сумму.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}$

3 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}$

5 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+5)(n+6)}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-2^n}{10^n}$

7. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+7)(2n+9)}$

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n-3^n}{12^n}$

9 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+6)(n+7)}$

10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+5^n}{15^n}$

11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+9)(n+10)}$

12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-3^n}{15^n}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+7)(n+8)}$

14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+7^n}{14^n}$

15. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+4)(n+5)}$

16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n-2^n}{14^n}$

17. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+3)(n+4)}$

18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n+5^n}{20^n}$

19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+4)(n+5)}$

20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-4^n}{20^n}$

21. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$

22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n+3^n}{21^n}$

23. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$

24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n-3^n}{21^n}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$

26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+8^n}{24^n}$

27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$

28. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n-3^n}{24^n}$

29. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$

30. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n-2^n}{18^n}$

ЗАДАНИЕ 6. Исследовать на сходимость указанные ряды.

1.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n(n+2)!}{n^5}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)^3}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(n+1)3^n}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$

2.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{7n-1}{5^n(n+1)!}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{5n}}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$ д) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}$

3.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7}{8}\right)^n\left(\frac{1}{n}\right)^7$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2n+1}\right)^n$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n+2}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2n^2+1}$ д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$

4.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2n+1)\operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\ln(n+2)\right)^n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{3^n}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\ln(n+2)\right)^n}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$

5.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^{\frac{n}{2}}}{3^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{6n+5}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 2^n}$

6.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4\cdot 5\cdot 6\cdots(n+3)}{5\cdot 7\cdot 9\cdots(2n+3)}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-2}\right)^n$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n+2)}$

г) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^7 n}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{n}}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2^n}{n^4}$

7.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{9}{10}\right)^n n^7$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{5^n}\right)^n$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(n+1)!}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^2}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n-1}{3^n}$

8.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 7\cdot 13\cdots(6n-5)}{2\cdot 3\cdot 4\cdots(n+1)}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}}{2^n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n-1}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n^2+3}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{(2n+1)^n}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$

9.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n(n+1)}{5^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\ln(n+1)\right)^{2n}}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+1}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n+1}}$ д) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n!}{7^2}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2+1}{n^3}$

10.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+2)!}{n^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n(n+1)}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n-1)(6n+3)}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\left(\ln(n+1)\right)^n}$

11.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n\sin\frac{2\pi}{3^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\ln(n+3)\right)^3}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{n^2+1}$

г) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{3n+1}}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$ е) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}$

12.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^{\frac{n}{2}}}{n!}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1}\right)^{n^2}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n+3)}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5^n}\left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+5}{3^n}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$

13.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n(n+3)!}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{3n^2+5}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n+n}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{3n-1}$ е) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n\cdot\ln n}$

14.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 6\cdot 11\cdots(5n-4)}{3\cdot 7\cdot 11\cdots(4n-1)}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n^2-n+1}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{(n+1)!}$

15.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n+3)!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2^{n-1}}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n!}{3^n}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n-1)3^n}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{12^n}$

16.а) $\sum_{n=1}^{\infty}n^3\operatorname{tg}\frac{2\pi}{5^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n(n+4)}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(n+1)^{\frac{3}{2}}}$

17.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n^2+3)}{(n+1)!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+1))^{3n}}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{2\pi}{3^n}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n+1}}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}(-`1)^{n+1}\frac{2n+1}{n}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{9n-1}$

18. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n+3)!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{n^2}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+3)}$

г) $\sum_{n=`1}^{\infty}\frac{2n-1}{n!}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n^2+1}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$

19. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n}{n!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{3^n}\right)^n$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 3^{2n}}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2n+5}$ д) $\sum_{\infty}^{n=1}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(5n+1)^n}$

20.а) $\sum_{n=1}\frac{2\cdot 5\cdot 8\cdots(3n-1)}{3\cdot 7\cdot 11\cdots(4n-1)}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)3^n}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n+3)}}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 5^n}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{7^n}$

21.а) $\sum_{n=1}^{\infty}(3n-1)\sin\frac{\pi}{4^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4}\right)^n$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n\sqrt[3]{n}}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+1}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n!}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{n^2}$

22.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2n-1}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{(2n)!}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{3}{\ln(n+1)}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^3}{n^2+1}$

23.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{\sqrt{n\cdot 7^n}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{3n}\right)^{2n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^3+2}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-2)(7n-1)}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{5n(n+1)}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin\frac{\pi}{8^n}$

24.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 5\cdot 9\cdots 11(4n-3)}{1\cdot 4\cdot 7\cdots(3n-2)}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{4n}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{3^n}{2n+2}$

25.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{4n!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{5n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^3+1}$

г) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{7n+1}}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}3n}{(2n+1)^n}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}$

26.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 7\cdot 12\cdots(5n-3)}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{2n+1}\right)^n$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n^2+5}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{9^n}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin^n\frac{\pi}{6n}$

27.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n+1)!}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{5n+1}\right)^n$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+4}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-7}{3n^4+5n-2}$ д) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+5}{3n}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+2)}$

28.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)^3}{(2n)!}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2n-1}\right)^{2n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^2+4}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(4n-1)(4n+5)}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2n+7}\right)^{n}$ е) $\sum\limits_{n=4}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n-3}{n^2-1}$

29.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n(2n-1)}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{\left(\ln(n+5)\right)^2}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n^2+3}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+7}\right)^{n^2}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(3n-2)!}$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}\cdot\sqrt[5]{(n+1)^3}}$

30.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{\sqrt{n\cdot 2^n}}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{n+3}{2n+5}\right)^{n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+6)}$

г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{(n-1)!}$ д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot n\cdot\ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$ е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{4n}{5n+1}\right)^{n}$

ЗАДАНИЕ 7.Найти область сходимости ряда.

1.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot x^n}{n^2+1}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}\cdot x^n}{n!}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$

2.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot x^{n-1}}{2^{n-1}\cdot 3^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^{\frac{n}{2}}\cdot x^n}{(n+1)!}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n^n\cdot\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}$

3.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{8^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^n x}{n^n}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^2}{2^n}$

4.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 2^n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(nx)^n$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n^2}$

5.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n!}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+8)^n}{n^2}$

6.а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{(n+1)!}$ в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2+x)^n$

7.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot x^n}{2n-1}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$

8.а) $\sum_{n=1}^{\infty}(\ln x)^n$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{x}{2^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1}\cdot\sqrt{n^2+1}}$

9.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n^2x}$ в) $\sum_{n=0}^{\infty}2^{n^2}\cdot(x+2)^{n^2}$

10.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{8^n\left(n^2+1\right)}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{x}{2^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)}{2^n\cdot\ln(n+1)}$

11.а) $\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)x^n$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!(x+10)^n}{n^n}$

12.а) $\sum_{n=1}^{\infty}x^n\operatorname{tg}\frac{x}{2^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{x^n}$ в) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{(n+1)^n}$

13.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n\cdot x^n}{\sqrt{n}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n\cdot x^n}}$ в) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sqrt{\ln^3(n+1)}}{n+1}(x+1)^n$

14.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!x^n}{n^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot(x-2)^n}$ в) $\sum_{n=0}^{\infty}(2-x)^n\sin\frac{\pi}{2^n}$

15.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{5^{n+1}\cdot n}$ б) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{x^n\cdot n\cdot\ln n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3-2x)^n}{n-\ln^2 n}$

16.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{2^n}$ в) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2\,2^{n+1}}$

17.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(0.1)^n\cdot x^{2n}}{n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n\sqrt{2n+1}}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n^2}$

18.а) $\sum_{n=1}^{\infty}(\lg x)^n$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n\cdot x)^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(2n-1)\cdot 2^n}$

19.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^x}$ в) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt[3]{n+2}}{n+1}(x-2)^n$

20.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n\cdot x^n}{(2n+1)^2\sqrt{3^n}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^{2n+1}}{2n\cdot 4^n}$

21.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{\sqrt{n}}$ б) $\sum_{n=0}^{\infty}2^n\cdot\sin\frac{x}{3^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)^n(x+1)^n}{2^{n-1}\cdot n^n}$

22.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot x^n}{\sqrt{n}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{x^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n^2}$

23.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!\,x^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$

24.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\cdot x^n}{\sqrt[3]{n}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}n!\,x^n$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-2)^{2n}}{2n}$

25.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n\sqrt{3n-1}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^{2n}}{n\cdot 9^n}$

26.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot x^n}{\sqrt{2n-1}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n^2}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{(x-2)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$

27.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^2\cdot x^n}{2^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n^2x}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n\cdot 5^n}$

28.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{6^n\cdot\sqrt[3]{n}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nx}{e^{nx}}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)^{2n}(x-1)^n}{(3n-2)^{2n}}(-1)^{n+1}$

29.а) $\sum_{n=1}^{\infty}x^n\cdot\operatorname{tg}\frac{1}{n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^{2n}}{(n+1)\ln(n+1)}$

30.а) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}\cdot\frac{x^n}{5^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-5)^n}{n\cdot 3^n}$

ЗАДАНИЕ 8.Разложить в ряд Маклорена и Тейлора функцию f(x). Указать область сходимости полученного ряда к этой функции.

1. $f(x)=\cos 5x$ 2. $f(x)=x^3\cdot\operatorname{arctg}x$ 3. $f(x)=\sin x^2$

4. $f(x)=\frac{x^2}{1+x}$ 5. $f(x)=\cos\frac{2x^3}{3}$ 6. $f(x)=\frac{2}{1-3x^2}$

7. $f(x) = e^{3x}$ 8. $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 9. $f(x) = ch\left(2x^3\right)$

10. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x}}$ 11. $f(x) = shx$ 12. $f(x) = e^{-x^4}$

13. $f(x) = 2^{-x^2}$ 14. $f(x) = 5^x$ 15. $f(x) = x\cos\sqrt{x}$

16. $f(x) = \frac{\sin 3x}{x}$ 17. $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = -2$

18. $f(x) = \frac{1}{x+3}, x_0 = -2$ 19. $f(x) = e^x, x_0 = 1$

20. $f(x) = \frac{1}{2x+5}, x_0 = 3$ 21. $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}, x_0 = 1$

22. $f(x) = \sin\frac{\pi \cdot x}{4}, x_0 = 2$ 23. $f(x) = \ln(5x+3), x_0 = \frac{2}{5}$

24. $f(x) = \ln\frac{1}{x^2 - 2x + 2}, x_0 = 1$ 25. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x}}, x_0 = -3$

26. $f(x) = \cos x, x_0 = \frac{\pi}{4}$ 27. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}, x_0 = 2$

28. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}, x_0 = -2$ 29. $f(x)=\sin x, x_0 = a$

30. $f(x) = \ln(5x+3), x_0 = 1$

ЗАДАНИЕ 9.Используя разложение подинтегральной функции в степенной ряд, вычислить указанный определенный интеграл с точностью до 0.001

1. $\int_0^{0.25} \ln\left(1+\sqrt{x}\right)dx$ 2. $\int_0^1 \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{2}\right)dx$ 3. $\int_0^{0.2} \sqrt{x} * e^{-x}dx$

4. $\int_0^{0.5} \frac{\operatorname{arctg}x}{x}dx$ 5. $\int_0^{0.2} \sqrt{x} * \cos x dx$ 6. $\int_0^{0.5} \ln\left(1+x^3\right)dx$

7. $\int_0^1 x^2 * \sin x dx$ 8. $\int_0^1 e^{\frac{-x^2}{2}}dx$ 9. $\int_0^{0.5} \sqrt{1+x^2}dx$

10 $\int_0^{0.5} \frac{dx}{1+x^5}$ 11. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+\frac{x^2}{4}}dx$ 12. $\int_0^{0.5} \frac{\sin x^2}{x}dx$

13. $\int_0^{0.1} \frac{e^x - 1}{x} dx$ 14. $\int_0^{0.5} x^2 * \cos 3x dx$ 15. $\int_0^{0.5} \ln\left(1 + x^2\right) dx$

16. $\int_0^{0.4} \sqrt{x} * e^{-\frac{x}{4}} dx$ 17. $\int_{0.3}^{0.5} \frac{1 + \cos x}{x^2}$ 18. $\int_0^{0.5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx$

19. $\int_0^{0.8} \frac{1 - \cos x}{x} dx$ 20. $\int_0^{1} \sin x^2 dx$ 21. $\int_0^{0.1} \frac{\ln(1 + x)}{x} dx$

22. $\int_0^{1} \cos \sqrt[3]{x} dx$ 23. $\int_0^{1} \sqrt{x} * \sin x dx$ 24. $\int_0^{25} \frac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}} dx$

25. $\int_0^{1} \cos \frac{x^2}{4} dx$ 26. $\int_0^{1} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right) dx$ 27. $\int_0^{0.5} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^2} dx$

28. $\int_0^{0.4} \sqrt{1 - x^3} dx$ 29. $\int_0^{0.5} e^{-x^2} dx$ 30. $\int_0^{0.5} \sqrt{1 + x^3} dx$

ЗАДАНИЕ 10.Найти разложение в степенной ряд по степени x решения дифференциального уравнения.

1.а) $y' = xy + e^y, y(0) = 0$ б) $y' = \arcsin y + x, y(0) = \frac{1}{2}, k = 4$

2.а) $y' = x^2 y^2 + 1, y(0) = 1$ б) $y' = xy + \ln(y + x), y(1) = 0, k = 5$

3.а) $y' = x^2 - y^2, y(0) = \frac{1}{2}$ б) $y' = x + y^2, y(0) = 1, k = 3$

4.а) $y' = x^3 + y^2, y(0) = \frac{1}{2}$ б) $y' = x + \frac{1}{y}, y(0) = 1, k = 5$

5.а) $y' = x + y^2, y(0) = -1$

б) $y'^{\vee} = xy + y'x^2, y(0) = y'(0) = y''(0) = 1, y'''(0) = 1$

6.а) $y' = x + x^2 + y^2, y(0) = 1$ б) $y' = 2x - 0.1y^2, y(0) = 1, k = 3$

7.а) $y' = 2\cos x - xy^2, y(0) = 1$

б) $y''' = y'' + y'^2 + y^3 + x, y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = 0{,}5, k = 6$

8.а) $y' = e^x - y^2, y(0) = 0$ б) $y' = x^2 - xy, y(0) = 0.1, k = 3$

9.а) $y' = x + y + y^2, y(0) = 1$ б) $y'' = 2yy', y(0) = 0, y'(0) = 1, k = 3$

10.а) $y' = x^2 + y^2, y(0) = 1$ б) $y' = 2x + \cos y, y(0) = 0, k = 5$

11.а) $y' = x^2 y^2 + y \sin x, y(0) = \frac{1}{2}$

б) $y''' = ye^x - xy'^2, y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = 1, k = 6$

12.а) $y' = 2y^2 + ye^x, y(0) = \frac{1}{3}$ б) $y' = 3x - y^2, y(0) = 2, k = 3$

13.а) $y' = e^{3x} + 2xy^2, y(0) = 1$ б) $y'' = xyy', y(0) = y'(0) = 1, k = 6$

14.а) $y' = x + e^y, y(0) = 0$ б) $y' = x^2 - 2y, y(0) = 1, k = 3$

15.а) $y' = y \cdot \cos x + 2\cos y, y(0) = 0$

б) $y'' = \frac{y'}{y} - \frac{1}{x}, y(1) = 1, y'(1) = 0, k = 4$

16.а) $y' = x^2 + 2y^2, y(0) = 0.2$ б) $y' = x^2 + 0.2y^2, y(0) = 0.1, k = 3$

17.а) $y' = x^2 + xy + y^2, y(0) = 0.5$

б) $y'' = y'^2 + xy, y(0) = 4, y'(0) = 2, k = 5$

18.а) $y' = e^{\sin x} + x, y(0) = 0$ б) $y' = xy + y^2, y(0) = 0.1, k = 3$

19.а) $y' = xy - y^2, y(0) = 0.2$

б) $y'' = e^y \cdot \sin y', y(\pi) = 1, y'(\pi) = \frac{\pi}{2}, k = 3$

20.а) $y' = 2x + y^2 + e^x, y(0) = 1$ б) $y' = 0.2x + y^2, y(0) = 1, k = 3$

21.а) $y' = x \cdot \sin x - y^2, y(0) = 1$

б) $y'' = x^2 + y^2, y(-1) = 2, y'(-1) = 0.5, k = 4$

22.а) $y' = 2x^2 - xy, y(0) = 0$ б) $y' = x^2 + xy + e^{-x}, y(0) = 0, k = 3$

23.а) $y' = x - 2y^2, y(0) = 0.5$ б) $y' = \frac{1 - x^2}{y} + 1, y(0) = 1, k = 5$

24.а) $y' = xe^x + 2y^2, y(0) = 0$ б) $y'' + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, k = 3$

25.а) $y' = xy + x^2 + y^2, y(0) = 1$

б) $y'' = y \cdot \cos y' + x, \quad y(0) = 1, y'(0) = \frac{\pi}{3}, k = 3$

26.а) $y' = xy + e^x, y(0) = 0$ б) $y' = \cos x + x^2, y(0) = 0, k = 3$

27.а) $y' = ye^x, y(0) = 1$ б) $y' = 4y + 2xy^2 - e^{3x}, y(0) = 2, k = 4$

28.а) $y' = 2\sin x + xy, y(0) = 0$ б) $(1 - x)y'' + y = 0, y(0) = y'(0) = 1, k = 3$

29.а) $y' = x^2 + e^y, y(0) = 0$ б) $4x^2y'' + y = 0, y(1) = 1, y'(1) = \frac{1}{2}, k = 3$

30.а) $y' = x^2 + y, y(0) = 1$ б) $y' = 2x^2 + y^3, y(1) = 1, k = 3$

ЗАДАНИЕ 11.Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $w=2\pi$) функцию , заданную на отрезке.

1. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ x-1, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases}2x-1, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

3. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ x+2, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

4. $f(x)=\begin{cases}-x+\frac{1}{2}, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

5. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ \frac{x}{2}+1, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

6. $f(x)=\begin{cases}2x+3, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

7. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 3-x, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

8. $f(x)=\begin{cases}x-2, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

9. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 4x-3, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

10. $f(x)=\begin{cases}5-x, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

11. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 3x-1, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

12. $f(x)=\begin{cases}3-2x, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

13. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ (\pi-x)/2, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

14. $f(x)=\begin{cases}5x+1, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

15. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 1-4x, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

16. $f(x)=\begin{cases}3x+2, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

17. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 4-2x, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

18. $f(x)=\begin{cases}x+\pi/2, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

19. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 6x-5, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

20. $f(x)=\begin{cases}7x-3, -\pi \le x \ge 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

21. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ \frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

22. $f(x)=\begin{cases}6x-2, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

23. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 4-9x, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

24. $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{3}-3, -\pi \le x < 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

25. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 10x-3, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

26. $f(x)=\begin{cases}1-x/4, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

27. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ \frac{x}{5}-2, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

28. $f(x)=\begin{cases}2x-11, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

29. $f(x)=\begin{cases}0, -\pi \le x < 0\\ 3-8x, 0 \le x \le \pi\end{cases}$

30. $f(x)=\begin{cases}7x-1, -\pi \le x \le 0\\ 0, 0 < x \le \pi\end{cases}$

ЗАДАНИЕ 12. Разложить в ряд Фурье функцию f(x), заданную в интервале $(0,\pi)$, продолжив (доопределив) ее четным и нечетным образом. Построить графики для каждого продолжения.

1. $f(x)=e^{x}$ 2. $f(x)=x^{2}$ 3. $f(x)=2^{x}$ 4. $f(x)=\mathrm{ch}x$

5. $f(x)=e^{-x}$ 6. $f(x)=(x-1)^{2}$ 7. $f(x)=3^{-\frac{x}{2}}$ 8. $f(x)=\mathrm{sh}2x$

9. $f(x)=e^{2x}$ 10. $f(x)=(x-2)^{2}$ 11. $f(x)=4^{\frac{x}{3}}$ 12. $f(x)=\mathrm{ch}\frac{x}{2}$

13. $f(x)=e^{4x}$ 14. $f(x)=(x+1)^{2}$ 15. $f(x)=5^{-x}$ 16. $f(x)=\mathrm{sh}3x$

17. $f(x) = e^{-\frac{x^2}{4}}$; 18. $f(x) = (2x-1)^2$; 19 $f(x) = 6^{\frac{x}{4}}$; 20. $f(x) = ch4x$

21. $f(x) = e^{-3x}$; 22. $f(x) = x^2 + 1$; 23. $f(x) = 7^{-\frac{x}{7}}$; 24. $f(x) = sh\frac{x}{5}$

25. $f(x) = e^{-\frac{2x}{3}}$; 26. $f(x) = (x-\pi)^2$; 27. $f(x) = 10^{-x}$;28 $f(x) = ch\frac{x}{5}$

29. $f(x) = e^{\frac{4x}{3}}$ 30. $f(x) = (x-5)^2$

ЗАДАНИЕ 13.Разложить в ряд Фурье в указанном интервале периодическую функцию f(x) с периодом $\omega = 2\ell$

1. $f(x) = |x|, -1 < x < 1, \ell = 1$

2. $f(x) = 2x, -1 < x < 1, \ell = 1$

3. $f(x) = e^x, -2 < x < 2, \ell = 2$

4. $f(x) = |x| - 5, -2 < x < 2$

5. $f(x) = \begin{cases} 1, -1 \le x < 0, \\ x, 0 < x \le 1, \end{cases} \ell = 1$

6. $f(x) = x, 1 < x < 3, \ell = 1$

7. $f(x) = \begin{cases} 0, -2 \le x < 0, \\ x, 0 \le x < 1, \ell = 2, \\ 2 - x, 1 \le x \le 2 \end{cases}$

8. $f(x) = 10 - x, 5 < x < 15, \ell = 5$

9. $f(x) = \begin{cases} 1, -1 \le x < 0, \\ 1/2, x = 0, \ell = 1, \\ x, 0 < x \le 1 \end{cases}$

10. $f(x) = 5x - 1, -5 < x < 5, \ell = 5$

11. $f(x) = \begin{cases} 0, -3 < x \le 0, \\ x, 0 < x < 3, \end{cases} \ell = 3$

12. $f(x) = 3 - x, -2 < x < 2, \ell = 2$

13. $f(x) = \begin{cases} 1, 0 < x < 1, \\ -1, 1 < x < 2, \end{cases} \ell = 1$

14. $f(x) = \begin{cases} 0, -2 < x < 0, \\ 2, 0 < x < 2, \end{cases} \ell = 2$

15. $f(x)=\begin{cases} x, 0\le x\le 1, \\ 1, 1<x<2, \\ 3-x, 2\le x\le 3, \end{cases} \quad \ell=3$

16. $f(x)=2x-3, -3<x<3, \ell=3$

17. $f(x)=\begin{cases} 1, 0<x<\frac{3}{3}, \\ -1, \frac{3}{2}<x<3, \end{cases} \quad \ell=3$

18. $f(x)=3-|x|, -5<x<5, \ell=5$

19. $f(x)=\begin{cases} -x, -4<x<0, \\ 1, x=0, \\ 2, 0<x<4, \end{cases} \quad \ell=4$

20. $f(x)=1+x, -1<x<1, \ell=1$

21. $f(x)=\begin{cases} -1, -2<x<0, \\ -\frac{1}{2}, x=0, \\ \frac{x}{2}, 0<x<2 \end{cases} \quad \ell=2$

22. $f(x)=2x+2, -1<x<3, \ell=2$

23. $f(x)=\begin{cases} 3, -3<x<0, \\ \frac{3}{2}, x=0, \\ -x, 0<x<3, \end{cases} \quad \ell=3$

24. $f(x)=1-|x|, -3<x<3, \ell=3$

25. $f(x)=\begin{cases} -2, -4<x<0, \\ -\frac{1}{2}, x=0, \\ 1+x, 0<x<4, \end{cases} \quad \ell=4$

26. $f(x)=4x-3, -5<x<5, \ell=5$

27. $f(x)=\begin{cases} x+2, -2<x<1, \\ 1, -1\le x\le 1, \\ 2-x, 1<x<2, \end{cases} \quad \ell=2$

28. $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}, -6<x<0, \\ 1, 0<x<6, \end{cases} \ell=6$

$$29.\ f(x) = \begin{cases} -2x, -2 < x < 0, \\ 2, x = 0, \\ 4, 0 < x < 2, \end{cases} \quad \ell = 2$$

$$30.\ f(x) = |x| - 3, -4 < x < 4, \ell = 4$$