МОЭ Цены - Список №7 ЦЕНА 1М1а

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

ВАРІАНТИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

з тем : "ЛІНІЙНА ТА ВЕКТОРНА АЛГЕБРА, АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ, ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ І ДИФЕРЕНЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ"
ДЛЯ СТУДЕНТІВ І-ГО КУРСУ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ
(ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ)
І СЕМЕСТР

4/3 ~ 1

КРЕМЕНЧУК 2003

Методичні вказівки з вивчення теми "Лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, вступ до математичного аналізу і диференціальне числення" для студентів I курсу економічних спеціальностей денної та заочної форм навчання.

Укладачі: проф. В.П. Ляшенко, ст. викладач Т.А. Набок

Кафедра вищої математики

Затверджено методичною радою університету

Протокол № 10 від 24. 02. 2003р.

Голова методичної ради проф. В.В. Костін

Кременчук 2003

ЗАВДАННЯ 1. Дано дві матриці A і B. Знайти:

а) AB; б) $A+B$; в) A^{-1}; г) AA^{-1}.

1. $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

3. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

5. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$.

6. $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

7. $A=\begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$.

8. $A=\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$.

9. $A=\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$.

10. $A=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

11. $A=\begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$.

12. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$.

13. $A=\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.

14. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

15. $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

16. $A=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

17. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$.

18. $A=\begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

19. $A=\begin{pmatrix}3&-7&2\\1&-8&3\\4&-2&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&5&-3\\2&4&1\\2&1&-5\end{pmatrix}$. 20. $A=\begin{pmatrix}3&-1&0\\3&5&1\\4&-7&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&0&2\\1&-8&5\\3&0&2\end{pmatrix}$.

21. $A=\begin{pmatrix}2&-1&-4\\4&-9&3\\2&-7&-1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&0&-4\\5&-6&4\\7&-4&1\end{pmatrix}$. 22. $A=\begin{pmatrix}8&5&-1\\1&5&3\\1&1&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4&-7&-6\\3&2&-1\\0&1&2\end{pmatrix}$.

23. $A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&-4&1\\4&-3&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&0&-4\\2&5&-3\\4&-3&2\end{pmatrix}$. 24. $A=\begin{pmatrix}5&-8&-4\\7&0&-5\\4&1&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&5&5\\1&2&1\\2&-1&-3\end{pmatrix}$.

25. $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&-2&4\\3&-5&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}7&5&1\\5&3&-1\\1&2&3\end{pmatrix}$. 26. $A=\begin{pmatrix}-3&4&2\\1&-5&3\\0&1&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&4&4\\1&3&2\\-4&1&2\end{pmatrix}$.

27. $A=\begin{pmatrix}-3&4&0\\4&5&1\\-2&3&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&7&-1\\0&2&6\\2&-1&1\end{pmatrix}$. 28. $A=\begin{pmatrix}-3&4&-3\\1&2&3\\5&0&-1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&-2&0\\5&4&1\\1&-1&2\end{pmatrix}$.

29. $A=\begin{pmatrix}-1&0&2\\2&3&2\\3&7&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3&0&1\\-3&1&7\\1&3&2\end{pmatrix}$. 30. $A=\begin{pmatrix}4&1&-4\\2&-4&6\\1&2&-1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&-1&1\\2&5&0\\1&-1&2\end{pmatrix}$.

ЗАВДАННЯ 2. Розв'язати системи рівнянь: а) за формулами Крамера; б)матричним методом; в) методом Гауса.

1. $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=7,\\2x_1+3x_2+x_3=1,\\3x_1+2x_2+x_3=6.\end{cases}$ 2. $\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3=3,\\x_1+x_2+2x_3=-4,\\4x_1+x_2+4x_3=-3.\end{cases}$ 3. $\begin{cases}3x_1-x_2+x_3=12,\\x_1+2x_2+4x_3=6,\\5x_1+x_2+2x_3=3.\end{cases}$

4. $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3=-4,\\x_1+3x_2-x_3=11,\\x_1-2x_2+2x_3=-7.\end{cases}$ 5. $\begin{cases}3x_1-2x_2+4x_3=12,\\3x_1+4x_2-2x_3=6,\\2x_1-x_2-x_3=-9.\end{cases}$ 6. $\begin{cases}8x_1+3x_2-6x_3=-4,\\x_1+x_2-x_3=2,\\4x_1+x_2-3x_3=-5.\end{cases}$

7. $\begin{cases}4x_1+x_2-3x_3=9,\\x_1+x_2-x_3=-2,\\8x_1+3x_2-6x_3=12.\end{cases}$ 8. $\begin{cases}2x_1+3x_2+4x_3=33,\\7x_1-5x_2=24,\\4x_1+11x_3=39.\end{cases}$ 9. $\begin{cases}2x_1+3x_2+4x_3=12,\\7x_1-5x_2+x_3=-33,\\4x_1+x_3=-7.\end{cases}$

10. $\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=6,\\5x_2+4x_3=-20,\\3x_1-2x_2+5x_3=-22.\end{cases}$ 11. $\begin{cases}3x_1-2x_2+4x_3=21,\\3x_1+4x_2-2x_3=9,\\2x_1-x_2-x_3=10.\end{cases}$ 12. $\begin{cases}3x_1-2x_2-5x_3=5,\\2x_1+3x_2-4x_3=12,\\x_1-2x_2+3x_3=-1.\end{cases}$

13. $\begin{cases}4x_1+x_2+4x_3=19,\\2x_1-x_2+2x_3=11,\\x_1+x_2+2x_3=8.\end{cases}$ 14. $\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3=0,\\4x_1+x_2+4x_3=6,\\x_1+x_2+2x_3=4.\end{cases}$ 15. $\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3=8,\\x_1+x_2+2x_3=11,\\4x_1+x_2+4x_3=22.\end{cases}$

16. $\begin{cases}2x_1-x_2-3x_3=-9,\\x_1+5x_2+x_3=20,\\3x_1+4x_2+2x_3=15.\end{cases}$ 17. $\begin{cases}2x_1-x_2-3x_3=0,\\3x_1+4x_2+2x_3=1,\\x_1+5x_2+x_3=-3.\end{cases}$ 18. $\begin{cases}-3x_1+5x_2+6x_3=-8,\\3x_1+x_2+x_3=-4,\\x_1-4x_2-2x_3=-9.\end{cases}$

19. $\begin{cases}3x_1+x_2+x_3=-4,\\-3x_1+5x_2+6x_3=36,\\x_1-4x_2-2x_3=-19.\end{cases}$ 20. $\begin{cases}3x_1-x_2+x_3=-11,\\5x_1+x_2+2x_3=8,\\x_1+2x_2+4x_3=16.\end{cases}$ 21. $\begin{cases}3x_1-x_2+x_3=9,\\5x_1+x_2+2x_3=11,\\x_1+2x_2+4x_3=19.\end{cases}$

22. $\begin{cases}2x_1+3x_2+x_3=4,\\2x_1+x_2+3x_3=0,\\3x_1+2x_2+x_3=1.\end{cases}$ 23. $\begin{cases}2x_1+3x_2+x_3=12,\\2x_1+x_2+3x_3=16,\\3x_1+2x_2+x_3=8.\end{cases}$ 24. $\begin{cases}x_1-2x_2+3x_3=14,\\2x_1+3x_2-4x_3=-16,\\3x_1-2x_2-5x_3=-8.\end{cases}$

25. $\begin{cases}3x_1+4x_2-2x_3=11,\\2x_1-x_2-x_3=4;\\3x_1-2x_2+4x_3=11.\end{cases}$ 26. $\begin{cases}x_1+5x_2-6x_3=-15,\\3x_1+x_2+4x_3=13,\\2x_1-3x_2+x_3=9.\end{cases}$ 27. $\begin{cases}4x_1-x_2=-6,\\3x_1+2x_2+5x_3=-14,\\x_1-3x_2+4x_3=-19.\end{cases}$

28. $\begin{cases}5x_1+2x_2-4x_3=-16,\\x_1+3x_3=-6,\\2x_1-3x_2+x_3=9.\end{cases}$ 29. $\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=-9,\\4x_1-x_2+5x_3=-2,\\3x_2-7x_3=-6.\end{cases}$ 30. $\begin{cases}7x_1+4x_2-x_3=13,\\3x_1+2x_2+3x_3=3,\\2x_1-3x_2+x_3=-10.\end{cases}$

ЗАВДАННЯ 3. Розв'язати системи рівнянь методом Жордано-Гауса.

1. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 17, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = -3, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 10. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 8, \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ 4x_1 - 6x_2 - x_3 = -4. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -6, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -9. \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 11, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -3, \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -10 \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$ 9. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_3 = -1, \\ -4x_2 - 2x_3 = 2, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = -7, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$ 11. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$ 12. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2, \\ 4x_1 + 7x_2 + 10x_3 = -2. \end{cases}$ 14. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_3 = 2. \end{cases}$ 15. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 18x_3 = 1. \end{cases}$ 17. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3, \\ -x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 4. \end{cases}$ 18. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 3, \\ -x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 1. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + 4x_3 = 4. \end{cases}$ 20. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 5, \\ 5x_1 - 16x_2 + 5x_3 = 6. \end{cases}$ 21. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$ 23. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$ 24. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$

25. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$ 26. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$ 27. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -7. \end{cases}$ 29. $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31, \\ 4x_1 + 11x_3 = -43, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20. \end{cases}$ 30. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$

ЗАВДАННЯ 4. Користуючись методом Жордано-Гауса, знайти загальний та базові розв'язки системи рівнянь:

1. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$ 8. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$ 10. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

11. $\begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$ 12. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

13. $\begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$

18. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$

20. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 - 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - 5x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$

22. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$

23. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0. \end{cases}$

24. $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$

25. $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$

26. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$

27. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$

28. $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$

29. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

ЗАВДАННЯ 5. Знайти власні значення і власні вектори матриці.

1. $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ 2. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 3. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 5. $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ 6. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

7. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 8. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 9. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

10. $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ 11. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 12. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

13. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 14. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 15. $A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

16. $A = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ 17. $A = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 18. $A = \begin{pmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

19. $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 20. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{7}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$ 21. $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{13}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix}$

22. $A=\begin{pmatrix} \frac{19}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 2 & 5 & -2 \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix}$ 23. $A=\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 24. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

25. $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 26. $A=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 27. $A=\begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

28. $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{13}{3} \end{pmatrix}$ 29. $A=\begin{pmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$ 30. $A=\begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

ЗАВДАННЯ 6. Показати, що вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ утворюють базу, і знайти координати вектора $\vec{d}$ в ній.

1. $\vec{a}=(5, 4, 1)$, $\vec{b}=(-3, 5, 2)$, $\vec{c}=(2, -1, 3)$, $\vec{d}=(7, 23, 4)$.
2. $\vec{a}=(2, -1, 4)$, $\vec{b}=(-3, 0, -2)$, $\vec{c}=(4, 5, -3)$, $\vec{d}=(0, 11, -14)$.
3. $\vec{a}=(-1, 1, 2)$, $\vec{b}=(2, -3, -5)$, $\vec{c}=(-6, 3, -1)$, $\vec{d}=(28, -19, -7)$.
4. $\vec{a}=(1, 3, 4)$, $\vec{b}=(-2, 5, 0)$, $\vec{c}=(3, -2, -4)$, $\vec{d}=(13, -5, -4)$.
5. $\vec{a}=(1, -1, 1)$, $\vec{b}=(-5, -3, 1)$, $\vec{c}=(2, -1, 0)$, $\vec{d}=(-15, -10, 5)$.
6. $\vec{a}=(3, 1, 2)$, $\vec{b}=(-7, -2, -4)$, $\vec{c}=(-4, 0, 3)$, $\vec{d}=(16, 6, 15)$.
7. $\vec{a}=(-3, 0, 1)$, $\vec{b}=(2, 7, -3)$, $\vec{c}=(-4, 3, 5)$, $\vec{d}=(-16, 33, 13)$.
8. $\vec{a}=(5, 1, 2)$, $\vec{b}=(-2, 1, -3)$, $\vec{c}=(4, -3, 5)$, $\vec{d}=(15, -15, 24)$.
9. $\vec{a}=(0, 2, -3)$, $\vec{b}=(4, -3, -2)$, $\vec{c}=(-5, -4, 0)$, $\vec{d}=(-19, -5, -4)$.
10. $\vec{a}=(3, -1, 2)$, $\vec{b}=(-2, 3, 1)$, $\vec{c}=(4, -5, -3)$, $\vec{d}=(-3, 2, -3)$.

11. $\vec{a}=(5, 3, 1)$, $\vec{b}=(-1, 2, -3)$, $\vec{c}=(3, -4, 2)$, $\vec{d}=(-9, 34, -20)$.
12. $\vec{a}=(3, 1, -3)$, $\vec{b}=(-2, 4, 1)$, $\vec{c}=(1, -2, 5)$, $\vec{d}=(1, 12, -20)$.
13. $\vec{a}=(6, 1, -3)$, $\vec{b}=(-3, 2, 1)$, $\vec{c}=(-1, -3, 4)$, $\vec{d}=(15, 6, -17)$.
14. $\vec{a}=(4, 2, 3)$, $\vec{b}=(-3, 1, -8)$, $\vec{c}=(2, -4, 5)$, $\vec{d}=(-12, 14, 31)$.
15. $\vec{a}=(-2, 1, 3)$, $\vec{b}=(3, -6, 2)$, $\vec{c}=(-5, -3, -1)$, $\vec{d}=(31, -6, 22)$.
16. $\vec{a}=(1, 3, 6)$, $\vec{b}=(-3, 4, -5)$, $\vec{c}=(1, -7, 2)$, $\vec{d}=(-2, 17, 5)$.
17. $\vec{a}=(7, 2, 1)$, $\vec{b}=(5, 1, -2)$, $\vec{c}=(-3, 4, 5)$, $\vec{d}=(26, 11, 1)$.
18. $\vec{a}=(3, 5, 4)$, $\vec{b}=(-2, 7, -5)$, $\vec{c}=(6, -2, 1)$, $\vec{d}=(6, -9, 22)$.
19. $\vec{a}=(5, 3, 2)$, $\vec{b}=(2, -5, 1)$, $\vec{c}=(-7, 4, -3)$, $\vec{d}=(36, 1, 15)$.
20. $\vec{a}=(11, 1, 2)$, $\vec{b}=(-3, 3, 4)$, $\vec{c}=(-4, -2, 7)$, $\vec{d}=(-5, 11, -15)$.
21. $\vec{a}=(9, 5, 3)$, $\vec{b}=(-3, 2, 1)$, $\vec{c}=(4, -7, 4)$, $\vec{d}=(-10, -13, 8)$.
22. $\vec{a}=(7, 2, 1)$, $\vec{b}=(3, -5, 6)$, $\vec{c}=(-4, 3, -4)$, $\vec{d}=(-1, 18, -16)$.
23. $\vec{a}=(1, 2, 3)$, $\vec{b}=(-5, 3, -1)$, $\vec{c}=(-6, 4, 5)$, $\vec{d}=(-4, 11, 20)$.
24. $\vec{a}=(-2, 5, 1)$, $\vec{b}=(3, 2, -7)$, $\vec{c}=(4, -3, 2)$, $\vec{d}=(-4, 22, -13)$.
25. $\vec{a}=(3, 1, 2)$, $\vec{b}=(-4, 3, -1)$, $\vec{c}=(2, 3, 4)$, $\vec{d}=(14, 14, 20)$.
26. $\vec{a}=(3, -1, 2)$, $\vec{b}=(-2, 4, 1)$, $\vec{c}=(4, -5, -1)$, $\vec{d}=(-5, 11, 1)$.
27. $\vec{a}=(4, 5, 1)$, $\vec{b}=(1, 3, 1)$, $\vec{c}=(-3, -6, 7)$, $\vec{d}=(19, 33, 0)$.
28. $\vec{a}=(1, -3, 1)$, $\vec{b}=(-2, -4, 3)$, $\vec{c}=(0, -2, 3)$, $\vec{d}=(-8, -10, 13)$.
29. $\vec{a}=(5, 7, -2)$, $\vec{b}=(-3, 1, 3)$, $\vec{c}=(1, -4, 6)$, $\vec{d}=(14, 9, -1)$.
30. $\vec{a}=(-1, 4, 3)$, $\vec{b}=(3, 2, -4)$, $\vec{c}=(-2, -7, 1)$, $\vec{d}=(6, 20, -3)$.

ЗАВДАННЯ 7. Дано вершини трикутника ABC: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Знайти:

а) рівняння сторони AB;

б) рівняння висоти CH;

в) рівняння медіани AM;

г) точку N перетину медіани AM і висоти CH;

д) рівняння прямої, що проходить через вершину C паралельно стороні AB;

е) відстань від точки C до прямої AB.

1. $A(-2, 4)$, $B(3, 1)$, $C(10, 7)$.
2. $A(-3, -2)$, $B(14, 4)$, $C(6, 8)$.
3. $A(1, 7)$, $B(-3, -1)$, $C(11, -3)$.
4. $A(1, 0)$, $B(-1, 4)$, $C(9, 5)$.
5. $A(1, -2)$, $B(7, 1)$, $C(3, 7)$.
6. $A(-2, -3)$, $B(1, 6)$, $C(6, 1)$.
7. $A(-4, 2)$, $B(-6, 6)$, $C(6, 2)$.
8. $A(4, -3)$, $B(7, 3)$, $C(1, 10)$.
9. $A(4, -4)$, $B(8, 2)$, $C(3, 8)$.
10. $A(-3, -3)$, $B(5, -7)$, $C(7, 7)$.
11. $A(1, -6)$, $B(3, 4)$, $C(-3, 3)$.
12. $A(-4, 2)$, $B(8, -6)$, $C(2, 6)$.
13. $A(-5, 2)$, $B(0, -4)$, $C(-5, 7)$.
14. $A(4, -4)$, $B(6, 2)$, $C(-1, 8)$.
15. $A(-3, 8)$, $B(-6, 2)$, $C(0, -5)$.
16. $A(6, -9)$, $B(10, -1)$, $C(-4, 1)$.
17. $A(4, 1)$, $B(-3, -1)$, $C(7, -3)$.
18. $A(-4, 2)$, $B(6, -4)$, $C(4, 10)$.
19. $A(3, -1)$, $B(11, 3)$, $C(-6, 2)$.
20. $A(-7, -2)$, $B(-7, 4)$, $C(5, -5)$.
21. $A(-1, 4)$, $B(9, 6)$, $C(-5, 4)$.
22. $A(10, -2)$, $B(4, -5)$, $C(-3, 1)$.
23. $A(-3, -1)$, $B(-4, -5)$, $C(8, 1)$.

24. $A(-2, -6)$, $B(-3, 5)$, $C(4, 0)$.
25. $A(-7, -2)$, $B(3, -8)$, $C(-4, 6)$.
26. $A(0, 2)$, $B(-7, -4)$, $C(3, 2)$.
27. $A(7, 0)$, $B(1, 4)$, $C(-8, 4)$.
28. $A(1, -3)$, $B(0, 7)$, $C(-2, 4)$.
29. $A(-5, 1)$, $B(8, -2)$, $C(1, 4)$.
30. $A(2, 5)$, $B(-3, 1)$, $C(0, 4)$.

ЗАВДАННЯ 8. Скласти канонічні рівняння: а) еліпса; б) гіперболи; в) параболи (A, B – точки, що лежать на кривій, F – фокус, a – велика (дійсна) піввісь, b – мала (уявна) піввісь, e – ексцентриситет, $y = \pm kx$ – рівняння асимптот гіперболи, D – директриса кривої, $2c$ – фокусна відстань.

1. а) $b = 15$, $F(-10, 0)$; б) $a = 13$, $e = \frac{14}{13}$; в) D: $x = -4$.
2. а) $b = 2$, $F(4\sqrt{2}, 0)$; б) $a = 7$, $e = \frac{\sqrt{85}}{7}$; в) D: $x = 5$.
3. а) $A(3, 0)$, $B\left(2, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$; б) $k = \frac{3}{4}$, $e = \frac{5}{4}$; в) D: $y = -2$.
4. а) $e = \frac{\sqrt{21}}{5}$, $A(-5, 0)$; б) $A(\sqrt{80}, 3)$, $B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$; в) D: $y = 1$.
5. а) $2a = 22$, $e = \frac{\sqrt{57}}{11}$; б) $k = \frac{2}{3}$, $2c = 10\sqrt{13}$; в) вісь симетрії $0x$ і $A(27, 9)$.
6. а) $b = \sqrt{15}$, $e = \frac{\sqrt{10}}{25}$; б) $k = \frac{3}{4}$, $2a = 16$; в) вісь симетрії $0x$ і $A(4, -8)$.
7. а) $a = 4$, $F(3, 0)$; б) $b = 2\sqrt{10}$, $F(-11, 0)$; в) D: $x = -2$.

8. а) $b=4$, $F(9,0)$; б) $a=5, e=\frac{7}{5}$; в) D: $x=6$.

9. а) $A(0,\sqrt{3})$, $B\left(\sqrt{\frac{14}{3}},1\right)$; б) $k=\frac{\sqrt{21}}{10}$, $e=\frac{11}{10}$; в) D: $y=-4$.

10. а) $e=\frac{7}{8}$, $A(8,0)$; б) $A\left(3,-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$, $B\left(\sqrt{\frac{13}{5}},6\right)$; в) D: $y=4$.

11. а) $2a=24$, $e=\frac{\sqrt{22}}{6}$; б) $k=\sqrt{\frac{2}{3}}$, $2c=10$; в) вісь симетрії $0x$ і $A(-7,-7)$.

12. а) $b=2, e=\frac{5\sqrt{29}}{29}$; б) $k=\frac{12}{3}$, $2a=26$; в) вісь симетрії $0x$ і $A(-5,15)$.

13. а) $a=6$, $F(-4,0)$; б) $b=3$, $F(7,0)$; в) D: $x=-7$.

14. а) $b=7$, $F(5,0)$; б) $a=11, e=\frac{12}{11}$; в) D: $x=10$.

15. а) $A\left(-\sqrt{\frac{17}{3}},\frac{1}{3}\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{21}}{2},\frac{1}{2}\right)$; б) $k=\frac{1}{2}, e=\frac{\sqrt{5}}{2}$; в) D: $y=-1$.

16. а) $e=\frac{3}{5}$, $A(0,8)$; б) $A(\sqrt{6},0)$, $B(-2\sqrt{2},1)$; в) D: $y=9$.

17. а) $2a=22$, $e=\frac{10}{11}$; б) $k=\frac{\sqrt{11}}{5}$, $2c=12$; в) вісь симетрії $0x$ і $A(-7,5)$.

18. а) $b=5$, $e=\frac{12}{13}$; б) $k=\frac{1}{3}$, $2a=6$; в) вісь симетрії $0y$ і $A(-9,6)$.

19. а) $a=9$, $F(7,0)$; б) $b=6$, $F(12,0)$; в) D: $x=-\frac{1}{4}$.

20. а) $b=5$, $F(-10,0)$; б) $a=9$, $e=\frac{4}{3}$; в) D: $x=12$.

21. а) $A(0,-2)$, $B\left(\frac{\sqrt{15}}{2},1\right)$; б) $k=\frac{2\sqrt{10}}{9}$, $e=\frac{11}{9}$; в) D: $y=5$.

22. а) $e=\frac{2}{3}$, $A(-6,0)$; б) $A(\sqrt{8},0)$, $B\left(\frac{\sqrt{20}}{3},2\right)$; в) D: $y=1$.

23. а) $2a=50, e=\frac{3}{5}$; б) $k=\frac{\sqrt{29}}{14}$, $2c=30$; в) вісь симетрії $0y$ і $A(4,1)$.

24. а) $b=2\sqrt{15}, e=\frac{7}{8}$; б) $k=\frac{5}{6}$, $2a=12$; в) вісь симетрії $0y$ і $A(-2,3\sqrt{2})$.

25. а) $a=13$, $F(-5,0)$; б) $b=44$, $F(-7,0)$; в) D: $x=-\frac{3}{8}$.

26. а) $b=7$, $F(13,0)$; б) $b=4$, $F(-11,0)$; в) D: $x=13$.

27. а) $A(-3,0)$, $B\left(1,\frac{\sqrt{40}}{3}\right)$; б) $k=\sqrt{\frac{2}{3}}, e=\frac{\sqrt{15}}{3}$; в) D: $y=4$.

28. а) $e=\frac{5}{6}$, $F(0,-\sqrt{11})$; б) $A\left(\sqrt{\frac{32}{3}},1\right)$, $B(\sqrt{8},0)$; в) D: $y=-3$.

29. а) $2a=30$, $e=\frac{17}{15}$; б) $k=\frac{\sqrt{17}}{8}$, $2c=18$; в) вісь симетрії $0y$ і $A(4,-10)$.

30. а) $b=2\sqrt{2}, e=\frac{7}{9}$; б) $k=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $2a=12$; в) вісь симетрії $0y$ і $A(-45,15)$.

ЗАВДАННЯ 9. Знайти вказані границі:

1. а) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{2x^2+11x+15}{3x^2+5x-12}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+4}{x+8}\right)^{-3x}$,

г) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$, д) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos8x}{3x^2}$.

2. а) $\lim\limits_{x\to1}\frac{2x^2+5x-10}{x^3-1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^3+7x}{2x^3-4x^2+5}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^{2x-3}$,

г) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin x}{5x}$.

3. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^2-4x+3}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{1+2x}\right)^{-4x}$,

г) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 5x}{2x^2}$.

4. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2+2x+1}{x^3-8}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$,

г) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}3x}{2\sin x}$.

5. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^4-x^2+x+1}{x^4-1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{2x+1}\right)^{5x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+4}}{3x^2-4x+1}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}x-\sin x}{3x^2}$.

6. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-3x-1}{x^4-1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{-5x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$.

7. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x+3}{5x^2+3x-3}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{1+2x}$,

г) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$, д) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$.

8. а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+7x+3}{5x^2-3x+4}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$,

г) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$, д) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{\pi-2x}$.

9. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x-\sin 2x}{x^2}$.

10.а) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2x^2+7x-4}{x^3+64}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^2+10}{7x^3+2x+1}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x}\right)^{2x+1}$,

г) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 x}{x\operatorname{tg}x}$.

11.а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{4x^2+19x-5}{2x^2+11x+5}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+5x-7}{2x^2-x+10}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+4}\right)^{3x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\operatorname{tg}x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$.

12.а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^3+x-2}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+2x+1}{x^4-x^3+2x}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{x-1}\right)^{x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7}x}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x-\sin^2 x}{x^2}$.

13.а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-7x+5}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x+9}{2x^2-x+4}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{2x-3}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x+\sin 3x}{x\sin x}$.

14.а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{2x^2-9x+10}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{x-5}$,

г) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{2x^2}$.

15.а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{9x^2+17x-2}{x^2+2x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$,

г) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{\sqrt{8-x}-3}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{3x^2}$.

16.а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+x-2}{x^3-x^2-x+1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{18x^2+5x}{8-3x-9x^2}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{3x-1}$,

г) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}2x}{\operatorname{tg}3x}$.

17.а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-2x^2+5x}{3x^2+7x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-6x^2+2}{x^4+4x-3}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-4}{2x}\right)^{-3x}$,

г) $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x+2}-3}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}3x-\sin 3x}{2x^2}$.

18.а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^4-5x^2+1}{x^2-1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^2++4x-5}{4x^2-3x+2}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{3x+4}$,

г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$, д) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-\sin 2x}{\pi-4x}$.

19.а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2+5x-1}{x^2-5x+6}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4-4x^2+3}{2x^4+1}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x+1}\right)^{4x-2}$,

г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 4x-\cos^3 4x}{3x^2}$.

20.а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-x-30}{x^3+125}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+2}{6x^2+5x+1}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{3-2x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin 2x}-\dfrac{1}{\operatorname{tg}2x}\right)$.

21.а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3+4x}{x^3-3x+2}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2-3x}{5-3x}\right)^{x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos^2 x-\cos^2 2x}{x^2}$.

22.а) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{x^2-\frac{1}{4}}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1-x}{2-x}\right)^{3x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{x^2-x}$.

23.а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^2-4x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x^2-2}{6x^3-4x+3}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{4x+1}\right)^{2x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 2x}{x\arcsin x}$.

24.а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2+11x+10}{x^2-5x+14}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+14x^2}{1+2x+7x^2}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-4}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\sin x}$.

25.а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{3x^2+x-10}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{-x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{\sqrt{3x}-x}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos x}{4x^2}$.

26.а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2+x}{4x^2-5x+1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-2x^2-7}{3x^4+3x+5}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x+5}\right)^{x+1}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+\sin x}{\arcsin x}$.

27.а) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{2x^2-11x-6}{3x^2-20x+12}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4-5x^2-3x^5}{x^5+6x+8}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$,

г) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+20}-4}{x^3+64}$, д) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{\left(\frac{\pi}{2}-x\right)^2}$.

28.а) $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^2+2x-24}{2x^3+15x+18}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-7x^2+3}{2+2x-x^3}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x}{3x+2}\right)^{x-2}$,

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2}{\sqrt{8+x}-3}$, д) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\operatorname{tg}x$.

29.а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x-4}{x^2-11x+18}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-2x^2+1}{2x^3+3x^2+2}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{3-2x}$,

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7x}{\sin x+\sin 7x}$.

30.а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-64}{7x^2-27x-4}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4-2x}{1-2x}\right)^{x+1}$,

г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{5x^2}$.

ЗАВДАННЯ 10. Знайти точки розриву функцій, якщо вони існують. Схематично побудувати графік.

1. а) $f(x)=\begin{cases} x+4, & x<-1 \\ x^2+2, & -1\le x<1 \\ 2x, & x\ge 1 \end{cases}$ б) $f(x)=2^{\frac{1}{x-3}}+1$.

2. а) $f(x)=\begin{cases} x+1, & x\le 0 \\ (x+1)^2, & 0<x\le 2 \\ -x+4, & x>2 \end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{1}{x-3}}-1$.

3. а) $f(x)=\begin{cases} x+2, & x\le -1 \\ x^2+1, & -1<x\le 1 \\ -x+3, & x>1 \end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+7}{x-2}$.

4. а) $f(x)=\begin{cases} -x^2, & x\le 0 \\ -(x-1)^2, & 0<x<2 \\ x-3, & x\ge 2 \end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x-5}{x+3}$.

5. а) $f(x)=\begin{cases} -2(x+1), & x\le -1 \\ (x+1)^3, & -1<x<0 \\ x, & x\ge 0 \end{cases}$ б) $f(x)=4^{\frac{1}{3-x}}+2$.

6. а) $f(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0 \\ x^2, & 0<x\le 2 \\ x+1, & x>2 \end{cases}$ б) $f(x)=9^{\frac{1}{2-x}}$.

7. а) $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1 \\ 2x, & 1<x\le 3 \\ x+2, & x>3 \end{cases}$ б) $f(x)=2^{\frac{1}{x-5}}+1$.

8. а) $f(x)=\begin{cases} x-3, & x<0 \\ x+1, & 0\le x\le 4 \\ 3+x, & x>4 \end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{1}{x-4}}-2$.

9. а) $f(x)=\begin{cases} \sqrt{1-x}, & x\le 0 \\ 0, & 0<x\le 2 \\ x-2, & x>2 \end{cases}$ б) $f(x)=6^{\frac{1}{x-3}}+3$.

10. а) $f(x)=\begin{cases} 2x^2, & x\le 0 \\ x, & 0<x\le 1 \\ 2+x, & x>1 \end{cases}$ б) $f(x)=7^{\frac{1}{5-x}}+1$.

11. а) $f(x)=\begin{cases} \sin x, & x<0 \\ x, & 0\le x\le 2 \\ 0, & x>2 \end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x-3}{x+4}$.

12. а) $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x\le \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2}<x<\pi \\ 2, & x\ge \pi \end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+5}{x-2}$.

13. а) $f(x)=\begin{cases} x-1, & x\le 0 \\ x^2, & 0<x<2 \\ 2x, & x\ge 2 \end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{2}{x-3}}$.

14. а) $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0 \\ x^2-1, & 0\le x<1 \\ -x, & x\ge 1 \end{cases}$ б) $f(x)=4^{\frac{2}{x-1}}-3$.

15. а) $f(x)=\begin{cases} -x, & x<0 \\ x^2+1, & 0\le x<2 \\ x+1, & x\ge 2 \end{cases}$ б) $f(x)=2^{\frac{5}{1-x}}-1$.

16. а) $f(x)=\begin{cases} x+3, & x\le 0 \\ 1, & 0<x\le 2 \\ x^2-2, & x>2 \end{cases}$ б) $f(x)=8^{\frac{4}{x-2}}-1$.

17. а) $f(x)=\begin{cases} x-1, & x<0 \\ \sin x, & 0\le x<\pi \\ 3, & x\ge \pi \end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{4}{3-x}}+1$.

18. а) $f(x)=\begin{cases}-x+1, & x<-1\\ x^2+1, & -1\le x\le 2\\ 2x, & x>2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{3x}{x-4}$.

19. а) $f(x)=\begin{cases}1, & x\le 0\\ 2^x, & 0<x\le 2\\ x+3, & x>2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-1}$.

20. а) $f(x)=\begin{cases}-x+2, & x\le -2\\ x^3, & -2<x\le 1\\ 2, & x>1\end{cases}$ б) $f(x)=2^{\frac{3}{x+2}}+1$.

21. а) $f(x)=\begin{cases}3x+4, & x\le -1\\ x^2-2, & -1<x<2\\ x, & x\ge 2\end{cases}$ б) $f(x)=4^{\frac{3}{x-2}}+2$.

22. а) $f(x)=\begin{cases}x, & x\le 1\\ (x-2)^2, & 1<x<3\\ -x+6, & x\ge 3\end{cases}$ б) $f(x)=3^{\frac{2}{x+1}}-2$.

23. а) $f(x)=\begin{cases}x-1, & x<1\\ x^2+2, & 1\le x\le 2\\ -2x, & x>2\end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{3}{x+4}}+1$.

24. а) $f(x)=\begin{cases}x^3, & x<-1\\ x-1, & -1\le x\le 3\\ -x+5, & x>3\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x-4}{x+2}$.

25. а) $f(x)=\begin{cases}x, & x<-2\\ -x+1, & -2\le x\le 1\\ x^2-1, & x>1\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x-4}{x+3}$.

26. а) $f(x)=\begin{cases}x+3, & x\le 0\\ -x^2+4, & 0<x<2\\ x-2, & x\ge 2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+5}{x-3}$.

27. а) $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ x^2-1, & -1<x\le 2\\ 2x, & x>2\end{cases}$ б) $f(x)=3^{\frac{4}{1-x}}+1$.

28. а) $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ \cos x, & 0\le x\le \pi\\ 1-x, & x>\pi\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{4x}{x+5}$.

29. а) $f(x)=\begin{cases}2, & x<-1\\ 1-x, & -1\le x\le 1\\ \ln x, & x>1\end{cases}$ б) $f(x)=6^{\frac{2}{4-x}}$.

30. а) $f(x)=\begin{cases}-x, & x\le 0\\ x^3, & 0<x\le 2\\ x+4, & x>2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$.

ЗАВДАННЯ 11. Продиференціювати задані функції:

1. а) $y=\sqrt[3]{3x^4+2x-5}+\dfrac{4}{(x-2)^5}$; б) $y=\operatorname{tg}^4 3x\cdot\arcsin 2x^3$;

в) $y=\dfrac{9\operatorname{arctg}(x+7)}{(x-1)^2}$; г) $y=\sqrt{\dfrac{2x+1}{2x-1}}\log_2\left(x-3x^2\right)$;

д) $y=(\operatorname{ctg}3x)^{\arcsin x}$; е) $y=\dfrac{\sqrt{x+7}(x-3)^4}{(x+2)^5}$.

2. а) $y=\sqrt[3]{(x-3)^4}-\dfrac{3}{2x^3-3x+1}$; б) $y=(x-2)^4\arcsin 5x^4$;

в) $y=\dfrac{8\operatorname{arctg}(2x+3)}{(x+1)^3}$; г) $y=\sqrt[5]{\dfrac{2x-5}{2x+3}}\lg(4x+7)$;

д) $y=(\cos(x+2))^{\ln x}$; е) $y=\dfrac{(x-3)^5(x+2)^3}{\sqrt{(x-1)^3}}$.

3. а) $y=\sqrt{(x-4)^5}+\dfrac{5}{\left(2x^2+4x-1\right)^2}$; б) $y=2^{-x^3}\operatorname{arctg}7x^4$;

в) $y=\dfrac{7\arccos(4x-1)}{(x+2)^4}$; г) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+3}{x-3}}\ln\left(5x^2-2x+1\right)$;

д) $y=(\sin 3x)^{\arccos x}$;

4. а) $y=\sqrt[5]{7x^2-3x+5}-\dfrac{5}{(x-1)^3}$;

в) $y=\dfrac{6\arcsin(x+5)}{(x-2)^5}$;

д) $y=(\operatorname{tg}5x)^{\arcsin(x+1)}$;

5. а) $y=\sqrt[4]{3x^2-x+5}-\dfrac{3}{(x-5)^4}$;

в) $y=\dfrac{3\operatorname{arctg}(2x-5)}{(x+1)^4}$;

д) $y=(\sin(x+2))^{\arcsin 2x}$;

6. а) $y=\sqrt{3x^4-2x^3+x}-\dfrac{4}{(x+2)^3}$;

в) $y=\dfrac{2\operatorname{arctg}(3x+2)}{(x-3)^2}$;

д) $y=(\cos 5x)^{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}$;

7. а) $y=\sqrt[3]{(x-7)^5}+\dfrac{5}{4x^2+3x-5}$;

в) $y=\dfrac{4\arccos 3x}{(x+2)^5}$;

д) $y=\left(\sqrt{3x+5}\right)^{\operatorname{arcctg}3x}$;

8. а) $y=\sqrt[5]{(x+4)^6}-\dfrac{2}{2x^2-3x+7}$;

е) $y=\dfrac{(x-2)^3\sqrt{(x+1)^5}}{(x-4)^2}$.

б) $y=(x+6)^5\operatorname{arctg}3x^5$;

г) $y=\sqrt[5]{\dfrac{x+1}{x-1}}\log_3(x^2+x+4)$;

е) $y=\dfrac{(x+3)\sqrt[5]{(x-2)^2}}{(x+1)^7}$.

б) $y=3^{\cos x}\ln(x^2-3x+7)$;

г) $y=\sqrt[6]{\dfrac{7x-4}{7x+4}}\log_5(3x^2+2x)$;

е) $y=\dfrac{(x+2)^7(x-3)^3}{\sqrt{(x+1)^5}}$.

б) $y=\log_2(x-7)\operatorname{arctg}\sqrt{x}$;

г) $y=\sqrt[7]{\dfrac{2x-3}{2x+1}}\lg(7x-10)$;

е) $y=\dfrac{(x-1)^4(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$.

б) $y=\arccos^3 5x\ \operatorname{tg}x^4$;

г) $y=\sqrt[8]{\dfrac{5x+1}{5x-1}}\ln(3x-x^2)$;

е) $y=\dfrac{(x-3)^2\sqrt{x+4}}{(x+2)^7}$.

б) $y=(x-5)^7\operatorname{arcctg}7x^3$;

в) $y=\dfrac{\arcsin(3x+8)}{(x-7)^3}$;

д) $y=(\ln(x+3))^{\sin\sqrt{x}}$;

9. а) $y=\dfrac{3}{(x-4)^7}-\sqrt{5x^2-4x+3}$;

в) $y=\dfrac{7\operatorname{arctg}(4x+1)}{(x-4)^2}$;

д) $y=(\log_2(x+4))^{\operatorname{ctg}7x}$;

10.а) $y=\sqrt[3]{4x^2-3x-4}-\dfrac{2}{(x-3)^5}$;

в) $y=\dfrac{3\arcsin(2x-7)}{(x+2)^4}$;

д) $y=(\sin 3x)^{\operatorname{arctg}(x+2)}$;

11.а) $y=\dfrac{7}{(x-1)^3}+\sqrt{8x-3+x^2}$;

в) $y=\dfrac{2\lg(4x+5)}{(x+6)^4}$;

д) $y=(\cos 3x)^{\operatorname{ctg}\frac{1}{x}}$;

12.а) $y=\sqrt[5]{3x^2+4x-5}+\dfrac{4}{(x-4)^4}$;

в) $y=\dfrac{5\ln(5x+7)}{(x-7)^2}$;

д) $y=(\arcsin 5x)^{\operatorname{tg}\sqrt{x}}$;

г) $y=\sqrt[9]{\dfrac{x+3}{x-3}}\log_5(2x-3)$;

е) $y=\dfrac{(x-7)^{10}\sqrt{3x-1}}{(x+3)^5}$.

б) $y=\arccos x^2\ \operatorname{ctg}7x^3$;

г) $y=\sqrt{\dfrac{6x+5}{6x-5}}\lg(4x+7)$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-1)^7}}{(x+1)^5(x-5)^3}$.

б) $y=5^{-x^2}\arccos 5x^4$;

г) $y=\sqrt[5]{\dfrac{4x-1}{4x+1}}\ln(2x^3-3)$;

е) $y=\dfrac{(x+2)(x-7)^4}{\sqrt[3]{(x-1)^4}}$.

б) $y=\operatorname{arctg}^4 x\cos 7x^4$;

г) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+6}{x-6}}\sin(3x^2+1)$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x+4)^3}}{(x-1)^2(x+3)^5}$.

б) $y=4(x-7)^6\arcsin 3x^5$;

г) $y=\sqrt[5]{\dfrac{x-7}{x+7}}\cos(2x^3+x)$;

е) $y=\dfrac{(x+1)^8(x-3)^2}{\sqrt{(x+2)^5}}$.

13.а) $y=\sqrt[3]{5x^4-2x-1}+\dfrac{8}{(x-5)^2}$;

б) $y=(x+5)^2\arccos^3 5x$;

в) $y=\dfrac{4\log_3(3x+1)}{(x+1)^2}$;

г) $y=\sqrt[6]{\dfrac{x-9}{x+9}}\,\mathrm{tg}(3x^2-4x+1)$;

д) $y=(\arccos 5x)^{\ln x}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt{(x+2)^3}(x-1)^4}{(x+2)^7}$.

14.а) $y=\dfrac{3}{(x+2)^5}-\sqrt[7]{5x-7x^2-3}$;

б) $y=2^{-\sin x}\arcsin^3 2x$;

в) $y=\dfrac{7\log_4(2x-5)}{(x-1)^5}$;

г) $y=\sqrt[7]{\dfrac{x-4}{x+4}}\mathrm{ctg}(2x+5)$;

д) $y=(\mathrm{arctg}2x)^{\sin x}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-2)^5}(x+3)^2}{(x-7)^3}$.

15.а) $y=\sqrt[4]{(x-1)^5}-\dfrac{4}{7x^2-3x+2}$;

б) $y=(x+2)^7\arccos\sqrt{x}$;

в) $y=\dfrac{\ln(7x+2)}{(x-6)^4}$;

г) $y=\sqrt[8]{\dfrac{x-2}{x+2}}\sin(4x^2-7x+2)$;

д) $y=(\ln(x+7))^{\mathrm{ctg}2x}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[4]{x-8}(x+2)^6}{(x-1)^5}$.

16.а) $y=\sqrt[5]{(x-2)^6}-\dfrac{3}{7x^3-x^2-4}$;

б) $y=(x-7)^5\arcsin 7x^4$;

в) $y=\dfrac{4\lg(3x+7)}{(x+1)^7}$;

г) $y=\sqrt[9]{\dfrac{x-3}{x+3}}\cos(x^2-3x+2)$;

д) $y=(\mathrm{ctg}(7x+4))^{\sqrt{x+3}}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[5]{x+1}(x-3)^7}{(x+8)^3}$.

17.а) $y=\dfrac{3}{(x+4)^2}-\sqrt[3]{4+3x-x^4}$;

б) $y=\ln(x-3)\arccos 3x^4$;

в) $y=\dfrac{5\log_2(x^2+1)}{(x-3)^4}$;

г) $y=\sqrt{\dfrac{3x-2}{3x+2}}\,\mathrm{tg}(2x^2-9)$;

д) $y=(\mathrm{tg}\sqrt{x+1})^{\mathrm{arctg}2x}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[7]{(x-2)^4}}{(x+1)^2(x-6)^5}$.

18.а) $y=\dfrac{2}{(x-1)^3}-\dfrac{8}{6x^2+3x-7}$;

б) $y=\log_2(x-4)\mathrm{arctg}^3 4x$;

в) $y=\dfrac{6\log_3(2x+9)}{(x+4)^2}$;

г) $y=\sqrt{\dfrac{2x+3}{2x-3}}\,\mathrm{ctg}(3x^2+5)$;

д) $y=\left(\mathrm{ctg}\dfrac{1}{x}\right)^{\arcsin 7x}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x+1)^2}}{(x-3)^4(x-4)^3}$.

19.а) $y=\sqrt{1+5x-2x^2}+\dfrac{3}{(x-3)^4}$;

б) $y=(x-7)^4\mathrm{arcctg}^2 7x$;

в) $y=\dfrac{7\log_5(x^2+x)}{(x+3)^3}$;

г) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+5}{x-5}}\sin(3x^2-x+4)$;

д) $y=(\cos(x+5))^{\arcsin 3x}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+3)^7(x-4)^2}$.

20.а) $y=\sqrt[3]{5+4x-x^2}-\dfrac{5}{(x+1)^3}$;

б) $y=\sqrt[3]{x-3}\arccos^4 2x$;

в) $y=\dfrac{3\log_2(5x-4)}{(x-3)^5}$;

г) $y=\sqrt[5]{\dfrac{x-6}{x+6}}\cos(7x+2)$;

д) $y=(\sqrt{x+5})^{\arccos 3x}$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-2)^4}}{(x-5)(x+1)^7}$.

21.а) $y=\sqrt[4]{5x^2-4x+1}-\dfrac{7}{(x-5)^2}$;

б) $y=\sqrt[3]{x-4}\arcsin^4 5x$;

в) $y=\dfrac{\log_7(2x^2+5)}{(x-4)^2}$;

г) $y=\sqrt[6]{\dfrac{x-7}{x+7}}\arcsin(2x+3)$;

д) $y=(\sin 4x)^{\mathrm{arctg}\frac{1}{x}}$;

е) $y=\dfrac{(x+4)^3(x-2)^4}{\sqrt[3]{(x-2)^5}}$.

22.а) $y=\sqrt[5]{3-7x+x^2}-\dfrac{4}{(x-7)^5}$;

б) $y=(x-3)^5\arccos 3x^6$;

в) $y=\dfrac{2\ln(3x-10)}{(x+5)^7}$;

д) $y=\left(\operatorname{tg}3x^4\right)^{\sqrt{x+3}}$;

23. а) $y=\sqrt{(x-3)^7}+\dfrac{9}{7x^2-5x-8}$;

в) $y=\dfrac{8\ln(4x+5)}{(x-1)^5}$;

д) $y=\left(\operatorname{ctg}2x^3\right)^{\sin\sqrt{x}}$;

24. а) $y=\sqrt[3]{(x-8)^4}-\dfrac{2}{1+3x-4x^2}$;

в) $y=\dfrac{2\log_3(4x-7)}{(x+3)^4}$;

д) $y=\left(\operatorname{tg}7x^5\right)^{\sqrt{x+2}}$;

25. а) $y=\dfrac{3}{4x-3x^2+1}-\sqrt{(x+1)^5}$;

в) $y=\dfrac{3\log_4(2x+9)}{(x-7)^2}$;

д) $y=(\arccos x)^{\sqrt{\cos x}}$;

26. а) $y=\dfrac{3}{x-4}+\sqrt[6]{\left(2x^2-3x+1\right)^5}$;

в) $y=\dfrac{\lg\left(x^2+2x\right)}{(x+8)^4}$;

д) $y=(\operatorname{ctg}7x)^{\sin(x+3)}$;

г) $y=\sqrt[7]{\dfrac{x-8}{x+8}}\arccos(3x-5)$;

е) $y=\dfrac{(x-1)^6(x+2)^3}{\sqrt[5]{(x+3)^2}}$.

б) $y=\sqrt{(x+3)^5}\arcsin 2x^3$;

г) $y=\sqrt[8]{\dfrac{x-4}{x+4}}\operatorname{arctg}(5x+1)$;

е) $y=\dfrac{(x-1)^4(x-7)^2}{\sqrt[3]{(x+2)^5}}$.

б) $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}\arccos 3x$;

г) $y=\sqrt[9]{\dfrac{x-1}{x+1}}\operatorname{arctg}(7x+2)$;

е) $y=\dfrac{(x+7)^2(x-3)^5}{\sqrt{x^2+3x-1}}$.

б) $y=\operatorname{tg}^3 x\ \operatorname{arcctg}3x$;

г) $y=\sqrt{\dfrac{7x-4}{7x+4}}\arcsin\left(x^2+1\right)$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x-3}(x+7)^5}{(x-4)^2}$.

б) $y=\sqrt{(x-2)^3}\operatorname{arctg}(7x-1)$;

г) $y=\sqrt[5]{\dfrac{8x-3}{8x+3}}\arccos\left(x^2-5\right)$;

е) $y=\dfrac{\sqrt{x+10}(x-8)^3}{(x-1)^5}$.

27. а) $y=\dfrac{4}{(x-7)^3}-\sqrt[3]{\left(3x^2-x+1\right)^4}$;

в) $y=\dfrac{3\ln\left(x^2+5\right)}{(x-7)^3}$;

д) $y=(\sin 5x)^{\operatorname{arctg}(x+2)}$;

28. а) $y=\sqrt{(x-4)^7}-\dfrac{10}{\left(3x^2-5x+1\right)^2}$;

в) $y=\dfrac{4\log_2(3x-5)}{(x-2)^2}$;

д) $y=(\operatorname{arctg}x)^{\operatorname{tg}(3x+1)}$;

29. а) $y=\dfrac{7}{(x+2)^5}-\sqrt{8-5x+2x^2}$;

в) $y=\dfrac{2\ln\left(2x^2+3\right)}{(x-7)^4}$;

д) $y=\left(\operatorname{ctg}\sqrt{x}\right)^{\sin(x+3)}$;

30. а) $y=\sqrt[3]{(x-1)^5}+\dfrac{5}{2x^2-4x+7}$;

в) $y=\dfrac{4\lg(3x+7)}{(x-5)^3}$;

д) $y=(\sin 3x)^{\operatorname{arcctg}2x}$;

б) $y=\sqrt[5]{(x+4)^2}\arcsin 7x^2$;

г) $y=\sqrt[4]{\dfrac{2x-5}{2x+5}}\operatorname{arctg}(3x+2)$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x-2)^3}(x-1)}{(x+3)^4}$.

б) $y=\arcsin^3 4x\ \operatorname{ctg}3x$;

г) $y=\sqrt[5]{\dfrac{3x-4}{3x+4}}\operatorname{arctg}(2x+5)$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[4]{(x+1)^3}(x-2)^5}{(x-3)^2}$.

б) $y=e^{-\cos x}\arcsin 2x$;

г) $y=\sqrt[6]{\dfrac{x^2-1}{x^2+1}}\arcsin 2x$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{(x+2)^4(x-5)^7}$.

б) $y=\sqrt{(x+5)^3}\arccos^4 x$;

г) $y=\sqrt[7]{\dfrac{x^2+3}{x^2-3}}\arccos 4x$;

е) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x+2)^3}}{(x-1)^4(x-3)^5}$.

ЗАВДАННЯ 12. Знайти найбільше і найменше значення функції $y=f(x)$ на відрізку $[a,\ b]$.

1. $y=\ln\left(x^2-2x+2\right)$, $[0;3]$.

16. $y=e^{4x-x^2}$, $[1;3]$.

2. $y=\dfrac{3x}{x^2+1}$, $[0;5]$.

3. $y=\dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$, $[-\frac{1}{2};0]$.

4. $y=(x+2)e^{1-x}$, $[-2;2]$.

5. $y=\ln(x^2-2x+4)$, $[-1;\frac{3}{2}]$.

6. $y=\dfrac{x^3}{x^2-x+1}$, $[-1;1]$.

7. $y=\left(\dfrac{x+1}{x}\right)^3$, $[1;2]$.

8. $y=\sqrt{x-x^3}$, $[-2;2]$.

9. $y=4-e^{-x^2}$, $[0;1]$.

10. $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$, $[1;2]$.

11. $y=xe^x$, $[-2;0]$.

12. $y=(x-2)e^x$, $[-2;1]$.

13. $y=(x-1)e^{-x}$, $[0;3]$.

14. $y=\dfrac{x}{9-x^2}$, $[-2;2]$.

15. $y=\dfrac{1+\ln x}{x}$, $[\frac{1}{e};e]$.

17. $y=\dfrac{x^5-8}{x^4}$, $[-3;-1]$.

18. $y=\dfrac{e^{2x}+1}{e^x}$, $[-1;2]$.

19. $y=x\ln x$, $[\frac{1}{e^2};1]$.

20. $y=x^3e^{x+1}$, $[-4;0]$.

21. $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+2}$, $[-1;3]$.

22. $y=(x+1)\sqrt[3]{x^2}$, $[-\frac{4}{5};3]$.

23. $y=e^{6x-x^2}$, $[-3;3]$.

24. $y=\dfrac{\ln x}{x}$, $[1;4]$.

25. $y=3x^4-16x^3+2$, $[-3;1]$.

26. $y=x^5-5x^4+5x^3+1$, $[-1;2]$.

27. $y=(3-x)e^{-x}$, $[0;5]$.

28. $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\cos x$, $[0;\frac{\pi}{2}]$.

29. $y=108x-x^4$, $[-1;4]$.

30. $y=\dfrac{x^4}{4}-3x^3+7$, $[16;20]$.

Укладачі: проф. В.П. Ляшенко, ст. викл. Т.А. Набок

Відповідальний за випуск проф. В.В. Богобоящий

Видавничий відділ КДПУ

Тираж 50 примірників

Кременчук 2003