Задача №1

Выполнить структурный анализ заданной схемы манипулятора, заключающийся в определении числа подвижных звеньев, класса кинематических пар, числа степеней подвижности и маневренности манипулятора.



Решение.

Обозначаем на схеме все кинематические звенья, начиная со стойки, которую нумеруем 0.



Выписываем кинематические пары, указываем их класс и наименование.

0-1 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

1-2 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

2-3 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

3-4 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

4-5 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

5-6 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

Определяем подвижность манипулятора по формуле Сомова-Малышева.

W=6n-5P5-4P4-3P3=6∙6-5∙6-4∙0-3∙0=6

Где n=6 – количество подвижных звеньев.

P5=6 – количество кинематических пар 5-го класса.

P4=0 – количество кинематических пар 5-го класса.

P3=0 – количество кинематических пар 5-го класса.

Определяем маневренность манипулятора.

М=6(n-1)-5P5-4P4-3P3=6∙(6-1)-5∙6-4∙0-3∙0=0

Так как под маневренностью манипулятора понимается его число степеней свободы при неподвижном захвате, то в данном случае, если захват закрепить, то манипулятор не будет двигаться.

Задача №2

Исследовать структуру механизма. Определить число степеней подвижности механизма.



Решение.

Обозначаем на схеме все кинематические звенья, начиная со стойки, которую нумеруем 0.



Выписываем кинематические пары, указываем их класс и наименование.

0-1 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

1-2 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

2-3 – поступательная кинематическая пара 5-го класса.

3-0 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

2-4 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

4-5 – поступательная кинематическая пара 5-го класса.

5-0 – вращательная кинематическая пара 5-го класса.

Определяем подвижность по формуле Чебышева.

W=6n-5P5-4P4-3P3=6∙6-5∙7-4∙0-3∙0=1

Где n=6 – количество звеньев механизма.

P5=7 – количество кинематических пар 5-го класса.

P4=0 – количество кинематических пар 5-го класса.

P3=0 – количество кинематических пар 5-го класса.

Задача №3

Стальной стержень находится под действием продольных сил (F=1,1 кН). Найти перемещение свободного конца стержня модуль упругости Е=2∙105 МПа. Допускаемое напряжение на растяжение равно [σ]=160 МПа.

Решение.

Находим опорную реакцию.

Первый участок:

N1-2F=0

N1=2F

При z=0 N=2F=2∙1,1=2,2 кН

При z=1 м N=2F=2∙1,1=2,2 кН

Второй участок:

N1-2F-F=0

N1=2F+F=3F

При z=1 м N=3F=3·1,1=3,3 кН

При z=3 м N=3·1,1=3,3 кН

Третий участок:

N1-2F-F+F=0

N1=2F+F-F=2F=2·1,1=2,2 кН

При z=3 м N=2F+F-F=2F=2·1,1=2,2 кН

При z=5,1 м N=2F+F-F=2F=2·1,1=2,2 кН

Определяем перемещение каждого участка стержня по формуле:

$$Δl\_{1}=\frac{N\_{1}l\_{1}}{EA\_{1}}=\frac{2200∙1}{2∙10^{11}∙0,011}=0,000001 м$$

$$Δl\_{2}=\frac{N\_{2}l\_{2}}{EA\_{2}}=\frac{3300∙2}{2∙10^{11}∙0,022}=0,0000015 м$$

$$Δl\_{3}=\frac{N\_{3}l\_{3}}{EA\_{3}}=\frac{2200∙2,1}{2∙10^{11}∙0,022}=0,00000105 м$$

Перемещение свободного конца стержня составит:

Δl=0,000001+0,0000015+0,00000105=0,00000355 м.



Задача №4.

К стальному валу приложены три известных момента: Т1=1 кН∙м, Т2=1,1 кН∙м, Т3=1,2 кН∙м. Требуется:

а) Установить при каком значении момента Х угол поворота правого конца сечения равен нулю.

б) Для найденного значения Т0 построить эпюру крутящих моментов.

в) Из условия прочности определить диаметр вала.

г) Построить эпюру углов закручивания.

Решение.

Угол закручивания вала или участка вала длиной l и диаметром d при постоянном крутящем моменте Т определяют по формуле:

$$φ=\frac{M\_{кр}∙l}{G∙J\_{р}}$$

Где $J\_{р}$ – полярный момент инерции сечения.

$$J\_{р}=\frac{π∙d^{4}}{32}$$

Установим, при каком значении момента Т0 угол поворота края вала равен нулю. Для этого, используя вышеприведенную формулу, определим угол закручивания края и приравняем его нулю:

$$φ=\frac{1}{G∙J\_{р}}\left[T\_{2}∙a-T\_{1}\left(a+b\right)+T\_{3}\left(a+b+c\right)-T\_{0}(a+b+c+a)\right]$$

Заменяя буквенные выражения числами, найдём:

$$T\_{2}∙a-T\_{1}\left(a+b\right)+T\_{3}\left(a+b+c\right)-T\_{0}\left(a+b+c+a\right)=0$$

$$T\_{0}=\frac{T\_{2}∙a-T\_{1}\left(a+b\right)+T\_{3}\left(a+b+c\right)}{a+b+c+a}=\frac{1,1∙2,1-1\left(2,1+2\right)+1,2\left(2,1+2+1\right)}{2,1+2+1+2,1}=0,6 кН∙м$$

Построим эпюру крутящих моментов. Для этого определим крутящие моменты в сечениях:

Участок 1: Т=Т0=0,6 кН∙м

Участок 2: Т=Т0-Т3=0,6-1,2=-0,6 кН∙м

Участок 3: Т=Т0-Т3+Т1=0,6-1,2+1=0,4 кН∙м

Участок 4: Т=Т0-Т3+Т1-Т2=0,6-1,2+1-1,1=-0,7 кН∙м

Определяем диаметр вала из условия прочности на кручение. Максимальный крутящий момент на валу 1300 Н·м (см. эпюру). Диаметр вала определяем по формуле:

$$d=\sqrt[3]{\frac{16∙M\_{кр}}{π\left[τ\right]}}$$

где [τ]=35 МПа – допустимое напряжение при кручении.

Тогда:

$$d=\sqrt[3]{\frac{16∙700000}{π35}}=46,7 мм$$

Принимаем диаметр вала равным 50 мм.

Углы закручивания вала определяем по формуле:

$$φ=\frac{M\_{кр}∙l}{G∙J\_{р}}$$

где J – момент инерции поперечного сечения вала.

G=8·104 МПа – модуль упругости второго рода.

$$J\_{р}=\frac{π∙d^{4}}{32}$$

Тогда:

$$φ=\frac{32M\_{кр}∙l}{G∙π∙d^{4}}$$

Тогда:

$$φ\_{А}=\frac{32∙700∙2,1∙10^{12}}{8∙10^{10}∙π∙50^{4}}=0,03 рад$$

$$φ\_{B}=φ\_{А}-\frac{32∙400∙2∙10^{12}}{8∙10^{10}∙π∙50^{4}}=0,0137 рад$$

$$φ\_{C}=φ\_{B}+\frac{32∙600∙1∙10^{12}}{8∙10^{10}∙π∙50^{4}}=0,026 рад$$

$$φ\_{D}=φ\_{C}-\frac{32∙600∙2,1∙10^{12}}{8∙10^{10}∙π∙50^{4}}=0 рад$$

На основании рассчитанных значений угла поворота сечений вала, строим эпюру.



Задача №5.

Балка, находящаяся на шарнирных опорах (одна неподвижная, а вторая - шарнирно-подвижная опора), нагружена сосредоточенной силой F и распределенной нагрузкой интенсивности q.

Пренебрегая собственным весом балки требуется:

1. Определить опорные реакции.

2. Построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов М, применяя метод сечений.

3. Указать опасные сечения по длине балки и определить расчетные значения Q и М

4. Из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать круглое поперечное сечение балки, приняв [σ]=160 МПа.

Решение.

Определяем опорные реакции.

$$ΣM\_{B}=\frac{q\left(a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}\right)^{2}}{2}-F∙a\_{3}-R\_{A}\left(a\_{2}+a\_{3}\right)=0$$

$$ΣM\_{A}=\frac{q∙a\_{1}^{2}}{2}-\frac{q\left(a\_{2}+a\_{3}\right)^{2}}{2}+F∙a\_{2}+R\_{B}\left(a\_{2}+a\_{3}\right)=0$$

Отсюда:

$$R\_{A}=\frac{\frac{q\left(a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}\right)^{2}}{2}-F∙a\_{3}}{a\_{2}+a\_{3}}=\frac{\frac{4\left(1+1+2\right)^{2}}{2}-4∙2}{1+2}=18,7 кН$$

$$R\_{B}=\frac{-\frac{q∙a\_{1}^{2}}{2}+\frac{q\left(a\_{2}+a\_{3}\right)^{2}}{2}-F∙a\_{2}}{a\_{2}+a\_{3}}=\frac{-\frac{4∙1^{2}}{2}+\frac{4\left(1+2\right)^{2}}{2}-4∙1}{1+2}=4 кН$$

Строим эпюру поперечных сил.

Участок №1 0<x<a1:

Q=-q∙x

При х=0 м

Q=-q∙x=-4∙0=0 кН

При х=1 м

Q=-q∙x=-4∙1=4 кН

Участок №2 a1<x<a2:

Q=-q∙(а1+x)+Ra

При х=a1 м

Q=-q∙a1+Ra=-4∙1+8=4 кН

При х=2 м

Q=-q∙2+Ra=-4∙2+8=0 кН

Участок №3 a2<x<a3:

Q=-q∙(а1+x)+Ra+F

При х=a2 м

Q=-q∙a1+Ra+F-Rb =-4∙2+8+4=4 кН

При х=4 м

Q=-q∙2+Ra+F =-4∙2+8+4-4=0 кН

Строим эпюру изгибных моментов.

Участок №1

0<x<1 м

$$М\_{изг}=-\frac{q∙x^{2}}{2}$$

При х=0 м Мизг=0 кН∙м

При х=1 м $М\_{изг}=-\frac{4∙1^{2}}{2}=-2 кН∙м$

Участок №2

1<x<2 м

$$М\_{изг}=-\frac{q∙x^{2}}{2}+R\_{A}(x-1)$$

При х=1 м $М\_{изг}=-\frac{4∙1^{2}}{2}=-2 кН∙м$

При х=2 м $М\_{изг}=-\frac{4∙2^{2}}{2}+8∙(2-1)=0 кН∙м$

Участок №3

2<x<4 м

$$М\_{изг}=-\frac{q∙x^{2}}{2}+R\_{A}\left(x-1\right)+F\left(x-2\right)$$

При х=2 м $М\_{изг}=-\frac{4∙2^{2}}{2}+8∙(2-1)=0 кН∙м$

При х=4 м $М\_{изг}=-\frac{4∙4^{2}}{2}+8∙\left(4-1\right)+4(4-2)=0 кН∙м$

Максимального значения парабола достигает при х=3 м.

При х=3 м $М\_{изг}=-\frac{4∙3^{2}}{2}+8∙\left(3-1\right)+4(3-2)=2 кН∙м$

Определяем диаметр балки по формуле:

$$d=\sqrt[3]{\frac{32M\_{max}}{π\left[σ\right]}}$$

$$d=\sqrt[3]{\frac{32∙2000000}{π∙160}}=50,3 мм$$

Принимаем диаметр балки 55 мм.



Задача №6.

Стальной стержень полого круглого поперечного сечения используется в качестве несущей колонны и нагружен продольной, центрально-приложенной силой. D=0,3 м; l=3м.



Определить критическую нагрузку Fкр, зная тип и размер сечения. Определить допускаемую нагрузку на стержень, учитывая что коэффициент запаса по устойчивости стержня [nу]=2; Е=2∙105 МПа с=d/D=0,8; σкр=180 МПа.

Решение.

Определяем минимальный момент инерции стержня из условия:

$$σ\_{кр}=\frac{π^{2}E}{\left(\frac{μl}{i\_{min}}\right)^{2}}$$

Где $i\_{min}=\sqrt{\frac{I\_{min}}{A}}$ - минимальный радиус инерции.

µ=0,5 – коэффициент пропорциональности, зависящий от способа закрепления концов стержня.

А – площадь поперечного сечения стержня.

$$A=\frac{π(D^{2}-d^{2})}{4}=\frac{π(0,3^{2}-0,24^{2})}{4}=0,02544 м^{2}$$

Отсюда:

$$i\_{min}=\frac{μl}{\sqrt{\frac{π^{2}E}{σ\_{кр}}}}=\frac{0,5∙3}{\sqrt{\frac{π^{2}∙2∙10^{11}}{180∙10^{6}}}}=0,014324 м$$

Тогда:

$$I\_{min}=i\_{min}^{2}∙A=0,014324 ^{2}∙0,02544=5,22∙10^{-6} м^{4}$$

Определяем гибкость стержня:

$$λ=\frac{μl}{i\_{min}}=\frac{0,5∙3}{0,014324}=104,7$$

Определяем предельную гибкость стержня:

$$λ\_{пр}=\sqrt{\frac{π^{2}∙2∙10^{11}}{180∙10^{6}}}=104,7$$

Так как значение $λ\_{пр}>100$, то воспользуемся формулой Эйлера для определения допускаемой нагрузки:

$$\left[F\right]=\frac{F\_{кр}}{\left[n\_{у}\right]}$$

$$F\_{кр}=\frac{π^{2}EI\_{min}}{\left(μl\right)^{2}A}=\frac{π^{2}∙2∙10^{11}∙5,22∙10^{-6}}{\left(0,5∙3\right)^{2}∙0,02544}=180011652 Н=180 МН$$

$$\left[F\right]=\frac{180}{2}=90 МН$$